УДК 338.246.025

А. Б. Хуторецкий [1], **Е. В. Гайлит** [2]

[1] Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: hab@dus.nsc.ru

[2] Новосибирский государственный педагогический университет
ул. Вилюйская, 28, Новосибирск, 630126, Россия

E-mail: megre2006@mail.ru

МОДЕЛЬ КОНЦЕССИИ НА ПРОИЗВОДСТВО ОБЩЕСТВЕННОГО БЛАГА

Предложен механизм концессии на развитие и эксплуатацию мощности по производству общественного блага: концессионер оплачивает затраты, получает премию за каждую единицу удовлетворенной потребности и платит штраф за каждую единицу неудовлетворенной потребности. Описана игровая модель, в которой государство определяет премию и штраф, а концессионер – мощность. Единственное равновесие по Штакельбергу обеспечивает заданный уровень удовлетворения потребности и компенсацию затрат концессионера.

Ключевые слова: общественное благо, концессия, экономический механизм, равновесие по Штакельбергу.

Введение

Государство берет на себя ответственность за предоставление общественных благ, однако производство таких благ не обязательно должно быть сосредоточено в руках государства. Прямое государственное регулирование порождает неэффективное использование ресурсов. Рыночный механизм, как правило, не обеспечивает общественно целесообразный объем производства общественного блага, см., например, [1. Т. 1, гл. 10]. Государственно-частное партнерство (ГЧП) позволяет в некоторой степени компенсировать недостатки указанных «чистых стратегий», см., например, [2–4].

Если производство общественного блага финансируется государством (т. е. конечными пользователями через налоговую систему), то спрос на это благо совпадает с потребностью, и ценовой механизм согласования спроса и предложения не работает. Работает другой механизм: при недостаточности производящей мощности снижается доступность блага, растут затраты времени и энергии, необходимые для его получения. Государство, стремясь уменьшить эти общественные издержки, устанавливает нормативы предоставления блага по количеству и качеству (максимальное время между предъявлением и удовлетворением спроса и т. п.). Наращивание производящей мощности, необходимое для выполнения этих нормативов, как и производство блага, может быть предметом ГЧП. Разнообразные варианты концессионных соглашений, реализующих ГЧП, описаны в [5]. Мы будем рассматривать концессию на создание (расширение, модернизацию) и эксплуатацию мощности по производству и / или предоставлению потребителям общественного блага. Применительно к дорожному строительству такой тип концессии описан в [6. С. 32]: «…мы занимаемся не только строительством, но и обслуживанием построенной трассы. Поэтому нам выгоднее сразу делать хорошо, чтобы потом меньше денег тратить на ремонт».

При неравномерном, в частности, сезонном спросе возникает проблема финансирования перегружаемой мощности, которая хорошо исследована для рыночных благ [7]. Насколько нам известно, эта проблема не рассматривалась применительно к производству общественных благ в рамках ГЧП.

Гипотетический механизм концессии описывается исходя из следующих основных предположений.

1. Потребность в рассматриваемом благе за единичный период (условно – год) есть ограниченная непрерывная случайная величина с известным распределением.

2. *Концессионер* (частный предприниматель) в предплановый период осуществляет расширение действующей мощности до выбранного им уровня и в течение планового периода (срока концессии) несет затраты, связанные с производством блага и эксплуатацией мощности.

3. *Концедент* (уполномоченный государственный орган) платит концессионеру премию за каждую единицу удовлетворенной потребности, а концессионер платит концеденту штраф за каждую единицу неудовлетворенной потребности. Платежи осуществляются в конце каждого года.

4. Концессионер стремится максимизировать ожидаемый приведенный чистый доход за плановый период.

5. Цель концедента – обеспечить достаточную степень удовлетворения потребности с минимальными приведенными ожидаемыми затратами за тот же период. Он выбирает значения *параметров концессии*: премии и штрафа.

Игровая модель, формализующая взаимодействие концессионера и концедента, строится при указанных предположениях. Доказывается, что существует единственное равновесие по Штакельбергу (лидером является концедент), обоснован способ вычисления параметров концессии, соответствующих равновесию. При равновесных значениях параметров предложенный механизм концессии обладает свойствами согласованности стимулов и индивидуальной рациональности.

В равновесии ожидаемый приведенный платеж концедента равен приведенным ожидаемым затратам концессионера, создающим минимальную мощность, при которой его ожидаемый приведенный чистый доход неотрицателен и достигается желательный (заданный концедентом) уровень удовлетворения потребности. Может оказаться, что равновесная мощность больше необходимой для удовлетворения потребности на желательном уровне. В этом случае затраты концедента превышают затраты, необходимые для достижения его цели без ГЧП. Избыточные затраты можно интерпретировать как «плату за участие» концессионера в ГЧП. Предлагаемый механизм устраняет необходимость участия государства в управлении производством блага и заменяет единовременные затраты на развитие мощности потоком ежегодных платежей.

Приведенный ожидаемый чистый доход концессионера в равновесии равен нулю. Участвуя в ГЧП, он осуществляет долговременные капитальные вложения, окупаемость которых гарантирована государством.

Для упрощенных вариантов модели (с детерминированным спросом и конечным набором вариантов развития мощности) аналогичные результаты были получены в дипломных работах А. А. Михайловой (НГУ, математический факультет, 2008) и Е. Н. Вороновой (НГПУ, математический факультет, 2009), выполненных под руководством А. Б. Хуторецкого. Статья является расширенным вариантом доклада на Международной конференции «Реформирование общественного сектора: менеджмент в эпоху перемен» (Санкт-Петербург, 2010 г.).

Постановка задачи

Мы будем говорить об общественном благе, производство которого финансирует государство. Допустим, что исходная мощность обеспечивает производство z_0 единиц блага за единичный период (условно – год). Наращивание мощности до величины $z \geq z_0$ требует капитальных затрат $K(z)$; понятно, что $K(z_0) = 0$ и $K(z) > 0$ при $z > z_0$. При мощности $z \geq z_0$ эксплуатационные затраты, включая затраты на поддержание мощности, составляют $C(z) > 0$. Удельная себестоимость производства равна c.

Предположение 1. Годовая потребность в рассматриваемом благе есть непрерывная случайная величина δ, распределенная на промежутке $[a, b]$ с функцией распределения $F(x)$ и плотностью $\varphi(x)$, причем $\varphi(x) > 0$ на (a, b) и $z_0 \in (a, b)$.

Предположим, что концедент планирует отдать производство рассматриваемого блага в концессию на T лет (*плановый период*) на следующих условиях.

Предположение 2. Концессионер в предплановый период осуществляет расширение (реконструкцию, модернизацию) действующей мощности до выбранного им уровня $z \geq z_0$.

Предположение 3. Концессионер в течение планового периода несет затраты, связанные с производством блага и эксплуатацией мощности.

Предположение 4. Концедент платит концессионеру сумму p за каждую единицу удовлетворенной потребности, а концессионер платит концеденту штраф q за каждую единицу неудовлетворенной потребности.

Предположение 5. Расчеты между концедентом и концессионером осуществляются периодически в конце каждого года.

Концессионер стремится максимизировать ожидаемый приведенный чистый доход за плановый период. Цель концедента – обеспечить достаточную степень удовлетворения потребности с минимальными приведенными ожидаемыми затратами. Задача заключается в том, чтобы выбрать параметры концессии p и q, приемлемые как для концессионера, так и для концедента.

Зная функции $K(z)$, $C(z)$, $F(x)$ и удельную себестоимость производства, концедент может предвидеть мощность $z(p, q)$, которая будет развита концессионером при заданных значениях p и q. Поэтому естественно предположить, что задача сводится к построению равновесия по Штакельбергу в некоторой игре.

Описание игры

Концедент выбирает стратегию $(p, q) \in R_+^2$. По предположению 2 мощность по производству блага нельзя снижать; с другой стороны, нет смысла создавать мощность, большую, чем максимальный возможный спрос. Поэтому множество стратегий концессионера имеет вид $\{0\} \cup [z_0, b]$; выбор стратегии $z = 0$ означает отказ от концессии.

Пусть мощность по производству блага равна z. Для $z \in [a, b]$ введем случайные величины $\mu(z)$ и $\nu(z)$, описывающие соответственно удовлетворенную и неудовлетворенную за год потребность:

$$\mu(z) = \begin{cases} \delta, \text{ если } \delta \leq z, \\ z, \text{ если } \delta > z; \end{cases} \quad \nu(z) = \nu(z) = \begin{cases} \delta - z, \text{ если } \delta > z, \\ 0, \text{ если } \delta \leq z. \end{cases}$$

Найдем математические ожидания этих случайных величин:

$$\mathrm{E}\mu(z) = \int_a^z x\varphi(x)dx + z(1 - F(z)),$$

$$\mathrm{E}\nu(z) = \int_z^b (x - z)\varphi(x)dx = \int_z^b x\varphi(x)dx - z(1 - F(z)).$$

Понятно, что для $z \in [a, b]$

$$\begin{gathered} \mathrm{E}\mu(z) > 0, \ \mathrm{E}\nu(z) \geq 0 \\ \text{и} \\ \mathrm{E}\mu(z) + \mathrm{E}\nu(z) = \mathrm{E}\delta, \end{gathered} \tag{1}$$

$$\begin{gathered} [\mathrm{E}\mu(z)]' = 1 - F(z) \geq 0, \quad [\mathrm{E}\nu(z)]' = -[\mathrm{E}\mu(z)]', \\ [\mathrm{E}\mu(z)]'' < 0, \quad [\mathrm{E}\nu(z)]'' > 0. \end{gathered} \tag{2}$$

Пусть $\pi_t(z, p, q)$ — ожидаемая операционная прибыль концессионера за год t $(1 \leq t \leq T)$ при мощности z, $\pi_t(z, p, q) = (p - c)\cdot\mathrm{E}\mu(z) - q\cdot\mathrm{E}\nu(z) - C(z)$.

Пусть λ – годовой коэффициент дисконтирования. Положим

$$\alpha = \sum_{t=1}^{T} \lambda^t$$

и запишем приведенный ожидаемый чистый доход концессионера за плановый период при параметрах концессии p и q:

$$\pi(z, p, q) = -K(z) + \sum_{t=1}^{T} \lambda^t \pi_t(z, p, q) = -K(z) + \alpha[(p - c)\cdot \mathrm{E}\mu(z) - q\cdot \mathrm{E}\nu(z) - C(z)]. \quad (3)$$

Функция выигрыша концессионера имеет вид

$$H_1(z, p, q) = \begin{cases} \pi(z, p, q), \text{ если } z \in [z_0, b], \\ 0, \text{ если } z = 0. \end{cases}$$

Определим уровень удовлетворения потребности при мощности z:

$$U(z) = \frac{\mathrm{E}\mu(z)}{\mathrm{E}\delta}.$$

Из предположения 1 следует, что $U(b) = 1$ и функция $U(z)$ монотонно возрастает. Тогда для $u \in [0,1]$ определена монотонно возрастающая обратная функция $z = V(u)$ – мощность, при которой уровень удовлетворения потребности равен u. Ясно, что $V(1) = b$.

Предположение 6. Уровень удовлетворения потребности при исходной мощности z_0 недостаточен, что и является одной из причин объявления концессии.

Концедент устанавливает желательный уровень удовлетворения потребности u^*. Учитывая предположение 6, $U(z_0) < u^* \le 1$. Пусть $z^* = V(u^*)$. Тогда

$$z_0 < z^* \le b.$$

Концедент стремится задать p и q так, чтобы для выбранного концессионером значения мощности $z = z(p, q)$ выполнялось условие $z \ge z^*$. При этом условии он минимизирует свои ожидаемые приведенные затраты, которые для $z \ge z_0$ имеют вид

$$\Pi(z, p, q) = \alpha[p\cdot \mathrm{E}\mu(z) - q\cdot \mathrm{E}\nu(z)]. \quad (4)$$

Если $z(p, q) < z^*$, то цель концедента не достигается. Будем считать, что в этом случае его затраты запретительно велики. Функцию выигрыша концедента (максимизируемую) запишем следующим образом:

$$H_2(z, p, q) = \begin{cases} -\Pi(z, p, q), \text{ если } z \in [z^*, b], \\ -\infty, \text{ если } z < z^*. \end{cases}$$

Отклик концессионера

Зафиксируем стратегию концедента (p, q). Концессионер выбирает стратегию z, решая задачу

$$H_1(z, p, q) \to \max \text{ при } z \in \{0\} \cup [z_0, b]. \quad (5)$$

Пусть $R(p, q)$ – *отклик концессионера*, т. е. множество всех решений задачи (5), $A(z)$ – приведенные затраты на создание и эксплуатацию мощности z в плановом периоде,

$$A(z) = K(z) + \alpha C(z). \quad (6)$$

Предположение 7. Функция $A(z)$ монотонно возрастает, выпукла и дифференцируема на промежутке $[z_0, b]$: $A'(z) > 0$ и $A''(z) \ge 0$ для $z \in [z_0, b]$.

Предположение выпуклости функции затрат является, конечно, ограничительным, но выполняется для широкого класса ситуаций. В частности, функция затрат выпукла, если выпукло технологическое множество [1. Т. 2, утверждение (vi) теоремы 3.14].

Из (3) и (6) получаем $\pi(z, p, q) = -A(z) + \alpha[(p - c)\mathrm{E}\mu(z) - q\mathrm{E}\nu(z)$. Максимум функции $\pi(z, p, q)$ и множество всех точек максимума этой функции на $[z_0, b]$ обозначим $\pi^*(p, q)$ и $Z(p, q)$

соответственно. Функция $\pi(z, p, q)$ непрерывна на $[z_0, b]$, поэтому $Z(p, q) \neq \varnothing$. Легко видеть, что

$$R(p,q) = \begin{cases} Z(p,q), \text{ если } \pi^*(p,q) > 0, \\ Z(p,q) \cup \{0\}, \text{ если } \pi^*(p,q) = 0, \\ \{0\}, \text{ если } \pi^*(p,q) < 0. \end{cases}$$

В последнем случае концессия не может состояться. В частности, это произойдет при $p \leq c$. Поэтому далее будем считать, что $p > c$.

Найдем производные $\pi(z, p, q)$ по z:

$$\pi'_z(z,p,q) = \alpha(p + q - c)(1 - F(z)) - A'(z), \tag{7}$$

$$\pi''_z(z,p,q) = -\alpha(p + q - c)\varphi(z) - A''(z) \leq 0. \tag{8}$$

При $z = b$ производная (7) отрицательна, так как $F(b) = 1$ и $A'(z) > 0$ по предположению 7. Это значит, что максимум не может достигаться на правом конце промежутка $[z_0, b]$. Как отмечено выше, концедент стремится выбрать p и q так, чтобы множество $Z(p, q)$ включало хотя бы одно значение $z \geq z^* > z_0$. Поэтому нас интересуют только точки внутренних максимумов $\pi(z, p, q)$ на $[z_0, b]$. Учитывая (8), необходимым и достаточным условием такого максимума является условие первого порядка:

$$p + q = \frac{A'(z)}{\alpha(1 - F(z))} + c. \tag{9}$$

Правую часть равенства (9) обозначим $M(z)$.

Лемма 1. Функция $M(z)$ монотонно возрастает на $[z_0, b)$.

Доказательство. Функция $F(z)$ монотонно возрастает и $A'(z)$ не убывает по предположениям 1 и 7. Отсюда следует утверждение леммы. #

Лемма 2. Максимум $\pi(z, p, q)$ по z на $[z_0, b)$ достигается в точке $z \in [z^*, b)$, если и только если $p + q \geq M(z^*)$; эта точка однозначно определяется из уравнения $M(z) = p + q$.

Доказательство. Функция $F(z)$ монотонно возрастает по лемме 1. Кроме того, $M(z) \geq 0$ и $M(z) \to +\infty$ при $z \to b$. Поэтому при всяком выборе p и q уравнение (9) имеет не более одного решения. Тогда из $p + q = M(z) \geq M(z^*)$ следует, что $Z(p, q) = \{z\}$ и $b > z \geq z^*$. С другой стороны, если $z \in Z(p, q)$ и $z \geq z^*$, то для z должно выполняться условие (9), т. е. $p + q = M(z)$, причем $M(z) \geq M(z^*)$. #

Лемма 2 показывает, что концедент, выбирая $p + q = M(z) \geq M(z^*)$, может обеспечить согласованность стимулов (*incentive compatibility*, см. [8. С. 57]). Другими словами, при подходящем выборе p и q концедент может сделать любую стратегию $z \in [z^*, b)$ наиболее выгодной для концессионера среди ненулевых стратегий. Эта стратегия будет оптимальной для концессионера, если $\pi(z, p, q) \geq 0$, т. е. выполнено условие индивидуальной рациональности (*individual rationality*, см. [Ibid.]).

Лемма 3. Если для $z \in [z^*, b)$ выполнено условие согласованности стимулов (9), то условие индивидуальной рациональности $\pi(z, p, q) \geq 0$ для этого z эквивалентно неравенству

$$q \leq \frac{\alpha[M(z) - c] \cdot \mathrm{E}\mu(z) - A(z)}{\alpha \cdot \mathrm{E}\delta}. \tag{10}$$

Доказательство. Используя (3), (9) и (1), получим:

$$\pi(z, p, q) = \alpha[(M(z) - c) \cdot \mathrm{E}\mu(z) - q \cdot (\mathrm{E}\mu(z) + \mathrm{E}\nu(z))] - A(z) =$$
$$= \alpha[(M(z) - c) \cdot \mathrm{E}\mu(z) - q \cdot \mathrm{E}\delta] - A(z).$$

Теперь ясно, что $\pi(z, p, q) \geq 0$ эквивалентно (10).

□

Положим $D(z) = \alpha[M(z) - c] \cdot \mathrm{E}\mu(z) - A(z)$.

Лемма 4. Для $z \in [z^*, b)$ существуют значения $p > c$ и q, удовлетворяющие (9) и (10), если и только если

$$\frac{A'(z)}{A(z)} \geq \frac{\left[\mathrm{E}\mu(z)\right]'}{\mathrm{E}\mu(z)}. \tag{11}$$

Доказательство. Правую часть неравенства (10) обозначим $B(z)$. Из (2) и определения $M(z)$ легко следует эквивалентность неравенств (11), $B(z) \geq 0$ и $D(z) \geq 0$.

Выбрать $q \in [0, B(z)]$ можно тогда и только тогда, когда $B(z) \geq 0$, откуда следует (11).

Обратно, пусть z удовлетворяет неравенству (11). Тогда $B(z) \geq 0$. Из определения $M(z)$ и (1) следует, что $M(z) > c$ и $\mathrm{E}\mu(z) \leq \mathrm{E}\delta$. Поэтому

$$B(z) = [M(z) - c] \cdot [\mathrm{E}\mu(z) / \mathrm{E}\delta] - A(z) / (\alpha \cdot \mathrm{E}\delta) < M(z) - c. \tag{12}$$

Пусть $q \in [0, B(z)]$ и $p = M(z) - q$. Тогда выполнены условия (9) и (10). Используя (12), получим $p = M(z) - q \geq M(z) - B(z) > c$.

□

Пусть $Z = \{z \in [z^*, b) \mid D(z) \geq 0\}$ – множество всех решений неравенства (11) из промежутка $[z^*, b)$.

Лемма 5. $Z = [z^1, b)$ для некоторого $z^1 \in [z^*, b)$.

Доказательство. Множество Z ограничено снизу. Пусть $z^1 \geq z^*$ – его точ-ная нижняя граница. Функция $D(z)$ непрерывна в промежутке $[z^*, b)$ и $z^1 < b$, поэтому $z^1 \in Z$. Функция $D(z)$ не убывает на $[a, b)$. Действительно,

$$D'(z) = \alpha M'(z) \cdot \mathrm{E}\mu(z) + \alpha[M(z) - c][\mathrm{E}\mu(z)]' - A'(z).$$

Но $M'(z) \geq 0$ по лемме 1 и, учитывая (2), $\alpha[M(z) - c][\mathrm{E}\mu(z)]' = A'(z)$. Поэтому

$$D'(z) = \alpha M'(z) \cdot \mathrm{E}\mu(z) \geq 0.$$

Следовательно, если $z^1 < z < b$, то $D(z) \geq D(z^1) \geq 0$ и $z \in Z$.

□

Итак, для любого $z \in Z$ концедент может выбрать $p > c$ и q, удовлетворяющие условиям (9) и (10), т. е. обеспечить и согласование интересов, и индивидуальную рациональность. При таком выборе $z \in R(p, q)$.

Стратегия концедента

Лемма 6. Оптимальная стратегия концедента (p^*, q^*) однозначно определена следующими условиями:

$$p + q = M(z^1) \text{ и } q = \frac{\alpha[M(z^1) - c] \cdot \mathrm{E}\mu(z^1) - A(z^1)}{\alpha \cdot \mathrm{E}\delta}.$$

Доказательство. Если $p + q < M(z^*)$, то по лемме 2 концессионер выберет стратегию $z < z^*$ и концедент получит $H_2(z, p, q) = -\infty$. Если $p + q \geq M(z^*)$, то решение уравнения (9) существует и является лучшей из положительных стратегий концессионера. Если при этом не выполнено условие (10), то $\pi(z, p, q) < 0$ по лемме 3, концессионер выберет $z = 0$, и опять $H_2(z, p, q) = -\infty$. Поэтому концедент выберет p и q, удовлетворяющие условиям (9) и (10). Тогда из лемм 4 и 5 следует, что концессионер выберет $z \geq z^1 \geq z^*$. В этом случае концедент при ограничениях (9) и (10) максимизирует выигрыш, равный $-\Pi(z, p, q)$. Используя (4), (9) и (1), получим:

$$-\Pi(z, p, q) = \alpha[(q - M(z))\cdot \mathrm{E}\mu(z) + q\cdot \mathrm{E}\nu(z)] = \alpha(q\cdot \mathrm{E}\delta - M(z)\cdot \mathrm{E}\mu(z)).$$

Из $\mathrm{E}\delta > 0$ и (10) следует, что для любого $z \geq z^1$ максимум выигрыша достигается при

$$q = q(z) = \frac{\alpha[M(z) - c]\cdot \mathrm{E}\mu(z) - A(z)}{\alpha \cdot \mathrm{E}\delta}. \tag{13}$$

Тогда

$$H_2(z, p, q(\mathrm{z})) = -\Pi(z, p, q(\mathrm{z})) = -[A(z) + \alpha c\cdot \mathrm{E}\mu(z)]. \tag{14}$$

Из предположения 7 и (2) следует, что функция $H_2(z, p, q(\mathrm{z}))$ монотонно убывает. Поэтому максимум $H_2(z, p, q)$ при условиях (9) и (10) достигается, когда $z = z^1$. Теперь утверждение леммы следует из (9) и (13).

□

Равновесие по Штакельбергу

Теорема. Единственное равновесие по Штакельбергу в рассматриваемой игре имеет вид (p^*, q^*, z^1), где p^* и q^* определены леммой 6, а z^1 – существующее по лемме 5 наименьшее решение неравенства (11).

Доказательство. Лемма 6 доказывает, что (p^*, q^*) – оптимальная стратегия концедента. Тогда $p^* + q^* = M(z^1)$, $z^1 \geq z^*$, и для тройки $(p, q, z) = (p^*, q^*, z^1)$ выполнены условия (9) и (10). Теперь из лемм 2 и 3 следует, что z^1 является оптимальным ответом концессионера на стратегию концедента (p^*, q^*).

□

Интерпретируя формулу (14), получим результат, который можно было предвидеть.

Следствие 1. В равновесии приведенный ожидаемый платеж концедента равен сумме приведенных капитальных, эксплуатационных и ожидаемых производственных затрат: $\Pi(z^1, p^*, q^*) = A(z^1) + \alpha c\cdot \mathrm{E}\mu(z^1)$.

Из лемм 4 и 5 следует, что равновесная мощность z^1 — это минимальная мощность, при которой достигается целевой уровень удовлетворения потребности (так как $z^1 \geq z^*$) и выполняется условие индивидуальной рациональности (10). Если $z^1 > z^*$, то $\Pi(z^1, p^*, q^*) > A(z^*) + \alpha c\cdot \mathrm{E}\mu(z^*)$, приведенные затраты концедента в равновесии больше затрат, необходимых для удовлетворения потребности на желательном уровне без ГЧП. В этом случае избыточные затраты являются «платой за участие» концессионера в ГЧП.

Пусть $\varepsilon_1(z)$ – эластичность по z суммарных приведенных затрат на создание и эксплуатацию мощности z, $\varepsilon_2(z)$ – эластичность по z ожидаемой величины удовлетворенного спроса при мощности z.

Следствие 2. Если $z^1 > z^*$, то $\varepsilon_1(z^1) = \varepsilon_2(z^1)$. Если $z^1 = z^*$, то $\varepsilon_1(z^1) \geq \varepsilon_2(z^1)$.

Доказательство. Мощность z^1 является наименьшим решением неравенства (11) и эквивалентного неравенства $D(z) \geq 0$ на промежутке $[z^*, b)$. Запишем рассматриваемые эластичности:

$$\varepsilon_1(z) = \frac{A'(z)}{A(z)}\cdot z, \quad \varepsilon_2(z) = \frac{[\mathrm{E}\mu(z)]'}{\mathrm{E}\mu(z)}\cdot z.$$

Умножив обе части (11) при $z = z^1$ на z^1, получим $\varepsilon_1(z^1) \geq \varepsilon_2(z^1)$. Пусть $z^1 > z^*$. Тогда (11) не выполняется при $z = z^*$, что эквивалентно $D(z^*) < 0$. Из непрерывности $D(z)$ следует, что $D(z^1) = 0$ и (11) выполняется как равенство при $z = z^1$. Умножив обе части этого равенства на z^1, получим $\varepsilon_1(z^1) = \varepsilon_2(z^1)$.

□

Таким образом, z^1 – наименьшее решение уравнения $\varepsilon_1(z) = \varepsilon_2(z)$ на промежутке $[z^*, b)$, если такое решение существует; в противном случае $z^1 = z^*$.

Следствие 3. В равновесии ожидаемый приведенный чистый доход концессионера равен нулю.

Доказательство. Используя формулы (3), (4) и (6), получим:

$$\pi(z^1, p^*, q^*) = \alpha[(p^* - c)\cdot \mathrm{E}\mu(z^1) - q^*\cdot \mathrm{E}\nu(z^1) - C(z^1)] - K(z^1) =$$
$$= \Pi(z^1, p^*, q^*) - [A(z^1) + \alpha c\cdot \mathrm{E}\mu(z^1)].$$

Последнее выражение равно нулю по следствию 1.

□

Следствия 1 и 3 показывают, что в равновесии непосредственные финансовые выгоды для участников концессии отсутствуют. Однако они получают существенные положительные эффекты, которым трудно дать денежную оценку. Концедент (государство) избавляется от управления производством блага и заменяет единовременные затраты на развитие мощности потоком ежегодных платежей. Концессионер осуществляет долговременные инвестиции, окупаемость которых гарантирована государством.

Заключение

Мы показали, что в рассматриваемой ситуации существует единственное равновесие по Штакельбергу, определяющее «правильные» параметры концессии. В соответствии с предположением 4 концессионер получает выплаты не от пользователей, а от государства. По предположению 5 размер ежегодного платежа не зафиксирован договором концессии (*ex ante*), а определяется по результатам деятельности концессионера в конце года (*ex post*). Сравнительному анализу контрактов государства с естественной монополией, заключенных *ex ante* и *ex post*, посвящена статья [9]; было бы интересно провести аналогичный анализ для рассматриваемой нами ситуации. Можно предположить, что соглашение о платежах *ex post* является достоинством предложенного механизма, так как благодаря ему концессионер откажется от оппортунистического поведения и будет поддерживать договорный уровень мощности в течение планового периода.

При реализации механизма существенные трудности могут быть связаны с учетом удовлетворенного и неудовлетворенного спроса. Способы такого учета зависят от специфики объекта концессии и производимого блага.

Принятое нами описание случайного спроса не позволяет учесть его трендовые и циклические изменения. Поэтому желательно распространить полученные результаты на случай спроса, описанного тренд-сезонной моделью.

Список литературы

1. *Бусыгин В. П., Желободько Е. В., Цыплаков А. А.* Микроэкономика: третий уровень: В 2 т. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. 524 с. + 682 с.

2. *Варнавский В. Г.* Партнерство государства и частного сектора: формы, проекты, риски. М.: Наука, 2005. 315 с.

3. *Дерябина М. А., Цедилин Л. И.* Государственно-частное партнерство: теория и практика: Науч. докл. М.: Ин-т экономики РАН, 2007. 20 с.

4. *Холодная Н. Д.* Государственно-частное партнерство – новый тип отношений в российской экономике // Вопросы государственного и муниципального управления. 2009. № 2. С. 42–56.

5. *Варнавский В. Г.* Концессионный механизм партнерства государства и частного сектора. М.: МОНО; ИМЭМО РАН, 2003. 270 с.

6. *Антипин В., Дятликович В.* Дорожная мафия изнутри // Русский репортер. 2011. № 19 (197). С. 24–32.

7. *Arnott R., Kraus M.* The Ramsay Problem for Congestible Facilities // Journal of Public Economics. 1993. Vol. 50. P. 371–396.

8. *Laffont J.-J., Tirole J.* A Theory of Incentive in Procurement and Regulation. Cambridge, Ma: MIT Press, 1999. 706 p.

9. *Auriol E., Picard P. M.* Government Outsourcing: Public Contracting with Private Monopoly // The Economic Journal. 2009. Vol. 119. No. 540. P. 1464–1494.

Материал поступил в редколлегию 06.02.2013

A. B. Khutoretskij, E. V. Gaylit

MODEL OF A CONCESSION MECHANISM FOR A PUBLIC GOOD PRODUCTION

We examine a game model of the following concession mechanism for a public good production. Concessionaire invests in development the productive capacity and finances the operating and production costs. Concedent pays concessionaire a bonus for each unit of the satisfied demand, and concessionaire pays concedent a penalty for each unit of unsatisfied demand. In the unique Stackelberg equilibrium, the required rate of satisfied demand are met and the concessionaire's expenses are recovered.

Keywords: public good, concession, economic mechanism, Stackelberg equilibrium.