

М. А. Боронина, В. А. Вшивков

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
пр. Академика Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090, Россия*

boronina@ssd.sgcc.ru, vsh@ssd.sgcc.ru

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКОВ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ УГЛА ВСТРЕЧИ *

Представлен алгоритм для численного моделирования динамики пучков в суперколлайдерах. При взаимодействии высокоэнергетичных пучков возможна их деформация и разрушение, и изучение устойчивости пучка является актуальной задачей. Рассматривается движение пучков в самосогласованных электромагнитных полях с учетом угла встречи в полностью трехмерном случае. Задача решается методом частиц-в-ячейках. Распараллеливание по области и по частицам позволяет проводить численные эксперименты с 10^9 модельных частиц. Приведены результаты моделирования и сравнение с существующим аналитическим решением.

Ключевые слова: метод частиц-в-ячейках, эффекты встречи, коллайдеры, численное моделирование.

Введение

Ускорители на встречных пучках остаются одним из важных инструментов изучения фундаментальной физики. Постоянный интерес к высоким энергиям и светимостям сталкивается с научными и технологическими сложностями. В проекте Международного Линейного Коллайдера (International Linear Collider, ILC) энергия пучков в системе центра масс достигает 500 ГэВ, а ожидаемые светимости $\sim 2 \cdot 10^{34} \text{ с}^{-1} \text{ см}^{-2}$ [1]. Однако критические плотности частиц в пучке приводят к высоким силам отталкивания между частицами пучка и возможному быстрому разрушению пучка, приводящему к понижению светимости. Перераспределение электромагнитных полей может вывести дорогую установку из строя. Угол встречи пучков (2–25 мрад) определяется системой «финальная линза – вывод пучка», при этом параметры пучка тесно связаны с углом встречи [2–4]. Изучение нелинейной динамики пучков является значимой задачей конструирования коллайдеров и их использования, в то время как их сложность и стоимость являются ограничивающими факторами их создания и проведения численных экспериментов. Численное моделирование может помочь избежать неожиданных проблем и оптимизировать параметры.

В работе представлен алгоритм для численного моделирования однопролетного взаимодействия встречных ультрарелятивистских пучков ($\gamma \sim 10^3\text{--}10^5$) при наличии угла встречи. Существующие коды для моделирования динамики пучков основаны на разделении пучков в продольном направлении на слои частиц [5; 6]. Трехмерная динамика моделируется перестановкой двумерных слоев частиц: двумерные поля каждого слоя действуют на частицы слоя

* Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2016-0009).

встречного пучка с теми же продольными координатами [7–9]. Сведение задачи к двумерной основано на допущении, что коллективное движение частиц происходит вдоль одной оси и является оптимальным для моделирования многопролетных режимов взаимодействия пучков в циклических коллайдерах, где деформации пучков малы на каждом обороте, а различия существенны лишь после тысяч оборотов. В случае резкого разрушения пучков с высокой плотностью и при наличии угла встречи численные эксперименты должны проводиться на основе трехмерной модели / алгоритма. Предлагаемый нами алгоритм учитывает трехмерность задачи. Смешанная лагранжево-эйлерова декомпозиция позволяет проводить численные эксперименты для гауссовых пучков с нелинейной фокусировкой. В работе представлены результаты взаимодействия пучков и сравнение с аналитическим решением в докритическом случае.

Математическая модель

Рассматривается динамика пучков электронов / позитронов в лабораторной системе координат. Расчетная область представляет собой параллелепипед, пучки двигаются в вакууме в самосогласованных электромагнитных полях. В модели используется кинетическое уравнение Власова для функции распределения электронов f_- и позитронов f_+ и уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{+,-}}{\partial t} + \vec{v}_{+,-} \frac{\partial f_{+,-}}{\partial \vec{r}} + \vec{F}_{+,-} \frac{\partial f_{+,-}}{\partial \vec{p}} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 4\pi(n_- e^- + n_+ e^+) \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0.\end{aligned}$$

Здесь

$$\vec{F}_{+,-} = q_{+,-} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_{+,-}, \vec{B}] \right)$$

есть сила Лоренца. Скорости частиц обозначены как $\vec{v}_{+,-}$, импульсы – $\vec{p}_{+,-}$, координаты – $\vec{r}_{+,-}$, при этом релятивистские факторы $\gamma_{+,-} = 1 / \sqrt{1 - |\vec{v}_{+,-}|^2 / c^2}$, $\vec{p}_{+,-} = \gamma_{+,-} m_{+,-} \vec{v}_{+,-}$. Уравнения характеристик уравнения Власова совпадают с уравнениями движения:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{p}_{+,-}}{dt} &= \vec{F}_{+,-}, \\ \frac{d\vec{r}_{+,-}}{dt} &= \vec{v}_{+,-}.\end{aligned}$$

Плотности токов и заряда вычисляются как моменты функции распределения:

$$\begin{aligned}\rho &= \int_{V_p} (q_+ f_+ + q_- f_-) d\vec{p}, \\ \vec{j} &= \int_{V_p} (q_+ f_+ \vec{v}_+ + q_- f_- \vec{v}_-) d\vec{p}.\end{aligned}$$

Уравнения автоматически учитывают трехмерность задачи. Начальные и граничные условия также должны ее учитывать. В начальный момент времени задаются координаты $\vec{r}_{+,-}(0) = \vec{r}_{0+,-}$ и импульсы частиц $\vec{p}_{+,-}(0) = \vec{p}_{0+,-}$, поле в области определяется как поле пучков, сфокусированных полем коллайдера $E_{x,y}(0) = E_{x,y+}(0) + E_{x,y-}(0)$, $B_{x,y}(0) = B_{x,y+}(0) + B_{x,y-}(0)$. Граничные условия предполагаются открытыми, границы находятся в ближней волновой зоне, и в поперечном направлении эффектом релятивистского запаздывания можно пренебречь. На границах в продольном направлении поля равны нулю в любой момент времени, так как частицы до них не долетают.

В качестве безразмерных величин взяты характерная скорость движения частиц пучка – скорость света $c = 2.9979 \cdot 10^{10}$ см/с и размер пучка $L_0 = 1$ см. Время измеряется в единицах $T^* = L_0/c$, импульсы $p^* = m_e c$, силы $F^* = m_e c^2/L_0$, поля $E^* = m_e c^2/eL_0$ и $H^* = m_e c^2/eL_0$, плотности заряда $\rho^* = E/4\pi L_0$ и плотности тока $j^* = c\rho^*$.

Для решения уравнений используется метод частиц-в-ячейках со схемой Бориса [11] и схемой Лэнгдона – Лазински [12] на сдвинутых сетках [13]:

$$\frac{B^{m+\frac{1}{2}} - B^{m-\frac{1}{2}}}{\tau} = -rot_h E^m,$$

$$\frac{E^{m+1} - E^m}{\tau} = j^{m+\frac{1}{2}} + rot_h B^{m+\frac{1}{2}}.$$

Схемы обладают вторым порядком точности по времени и пространству. Применение алгоритма Бунемана [14] для расчета токов позволяет удовлетворить разностный аналог уравнения неразрывности.

В работе рассматриваются пучки с одинаковым распределением, различие состоит в знаке заряда и углах с продольной осью z . Плотности заряда невозмущенных пучков определяются фокусировкой квадрупольной линзой:

$$\rho_{+,-}(x, y, z, p_x, p_y) = \frac{N_{+,-} e}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_x^* \sigma_y^* \sigma_z} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{(x \pm (x_{IP} - x_{c+,-}))^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y \pm (y_{IP} - y_{c+,-}))^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(z \pm (z_{IP} - z_{c+,-}))^2}{2\sigma_z^2} \right] \times$$

$$\times \frac{1}{2\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \exp \left[-\frac{p_x^2}{2p_z^2 \sigma_x'^2} - \frac{p_y^2}{2p_z^2 \sigma_y'^2} \right].$$

Поперечные размеры пучков с центрами $(x_{c+,-}, y_{c+,-}, z_{c+,-})$ определяются значениями $\sigma_{x,y}^* = \sqrt{\beta_{x,y} \varepsilon_{x,y}}$, $\beta_{x,y} = \beta_{x,y}^* + (z - z_{IP})^2 / \beta_{x,y}^*$, где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – эмиттансы, β_x^*, β_y^* – значения бета-функции в месте встречи. Поперечные импульсы также имеют гауссово распределение с $\sigma_{x',y'}^* = \sqrt{\varepsilon_{x,y} / \beta_{x,y}^*}$, пучки моноэнергетические $|\vec{p}_{+,-}| = (p_{x+,-}, p_{y+,-}, p_{z+,-}) = \sqrt{\gamma_{+,-}^2 - 1}$ и $\gamma_+ = \gamma_- = \gamma$. Ось первого пучка направлена под углом θ к оси z в плоскости (x, z) . Огибающие пучков определяются значениями β_x^*, β_y^* и обозначены соответствующим пучку цветом для $3.5\sigma_{x,y}$ на рис. 1 (эффект песочных часов).

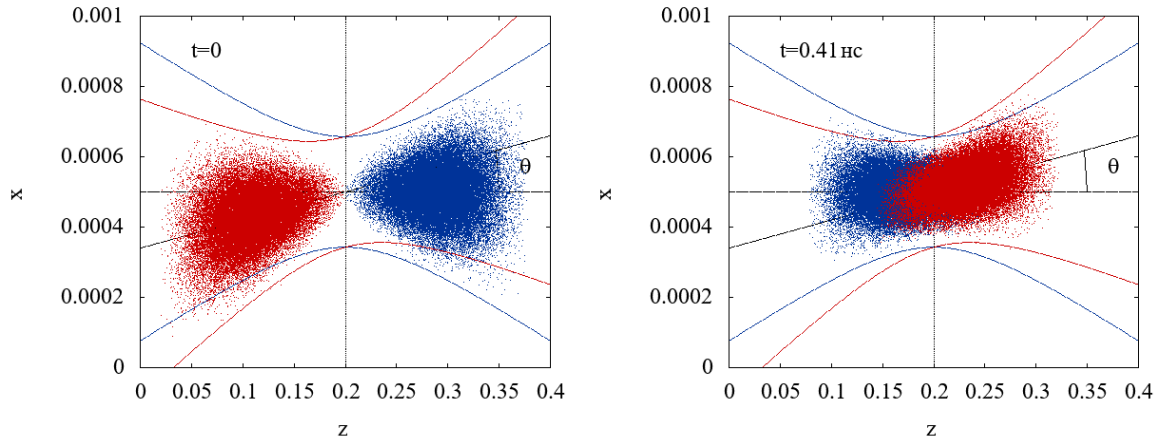


Рис. 1. Координаты пучков (z, x) при $t = 0$ (слева) и $t = 0,41$ нс (справа)

Электрическое поле пучка может быть вычислено по формуле для движущегося релятивистского заряда

$$\vec{E} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{q}{(1 - \beta^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \frac{\vec{R}}{R^3},$$

где \vec{R} – радиус-вектор точки пространства, где вычисляется поле, из местоположения заряда, α – угол между направлением скорости \vec{v} и \vec{R} [15]. Электрическое поле в перпендикулярном движении направлении увеличивается в γ раз, в продольном направлении сокращается в γ^2 раз по сравнению с нерелятивистским случаем. Для задания начальных и граничных условий проводится суммирование вкладов полей от элементов плотности заряда с помощью специального вида модельных частиц [16]. Для пучков, двигающихся вдоль оси z релятивистские факторы $\sim 10^3$ – 10^6 позволяют суммировать вклады в поле лишь от узлов плотности с той же продольной координатой, так как поле сосредоточено в экваториальной плоскости. Поскольку углы встречи в суперколлайдерах составляют 2–20 мрад, а соотношение размеров пучков $\sigma_x : \sigma_z \sim 10 \text{ нм} : 1 \text{ мм}$, то даже хорошее разрешение сетки в продольном направлении (1000 узлов) не является достаточным для описания различия в поле с учетом угла встречи и без его учета. Таким образом, электрическое поле пучка, двигающегося под углом к оси z , вычисляется также по [16]. Начальные и граничные поля для магнитного поля вычисляются по формуле

$$\vec{B}_{+,-} = [\vec{v}_{+,-}, \vec{E}_{+,-}].$$

Светимость описывает количество актов взаимодействия между частицами в сечении за единицу времени и может быть вычислена как

$$L = K \iiint \rho_{+x}(x) \rho_{+y}(y) \rho_{+z}(s - s_0) \rho_{-x}(x) \rho_{-y}(y) \rho_{-z}(s + s_0) dx dy ds ds_0,$$

где $K = \sqrt{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 - (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)^2}$ – кинематический фактор, $s_0 = ct$ – расстояние до места встречи [17; 18]. Численно этот интеграл вычисляется суммированием:

$$L = KN_+ N_- \sum_m \sum_{i,l,k} \rho_{+x}(x) \rho_{+y}(y) \rho_{+z}(z - ct) \rho_{-x}(x) \rho_{-y}(y) \rho_{-z}(z + ct) h_x h_y h_z \tau,$$

где $x = (i - 1.5)h_x$, $y = (l - 1.5)h_y$, $z = (k - 1.5)h_z$, $t = m\tau$, а $c = 1$ в безразмерных переменных.

В общем случае аналитических решений задачи динамики пучков не существует, но для пучков с малыми зарядами взаимодействием частиц можно пренебречь, и светимость может быть вычислена по формуле [19]:

$$L = \frac{N_1 N_2 \cos(\theta/2)}{2\pi \sigma_x^* \sigma_y^* \sigma_z} \int \frac{s^{-s^2 A} ds}{\sqrt{\frac{s^2 \cos^2(\theta/2)}{\beta_x^{*2}} + 1} \sqrt{\frac{s^2 \cos^2(\theta/2)}{\beta_y^{*2}} + 1}}, \quad (1)$$

где

$$A = \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sigma_z^2} + \frac{\sin^2(\theta/2)}{\sigma_x^{*2} \left(1 + \frac{s^2 \cos^2(\theta/2)}{\beta_x^{*2}} \right)}.$$

Поскольку светимость – интегральная величина, то ее можно использовать в качестве теста на качество работы алгоритма при моделировании докритических режимов динамики пучков.

Пучок в начальный момент времени находится далеко от места фокусировки, его размеры в поперечном направлении достаточно велики, и расчетная область должна быть соответствующего размера. Размеры в месте встречи определяются малыми величинами $\sigma_{x,y}^*$, на них должно приходиться не менее 5–10 узлов сетки. Поэтому для расчетной области большого размера должна использоваться сетка с достаточно большим количеством узлов [20]. При этом распределение частиц в пучке существенно неравномерно, за счет эффекта песочных часов в малой области вокруг места встречи может скапливаться более 70 % частиц, и вместить все данные частиц в память одного процессора не представляется возможным [21]. Точность метода частиц зависит от количества частиц в ячейке, поэтому измельчение сетки должно сопровождаться соответствующим увеличением общего числа частиц. Условная устойчивость схемы Лэнгдона – Лазински приводит к необходимости измельчать временной шаг при измельчении минимального пространственного шага. Таким образом, для проведения численных экспериментов с 10^7 модельными частицами на сетках 80^3 уже требуется распараллеливание. Для этого применяется смешанная декомпозиция: область делится на подобласти, каждая из которых обрабатывается группой процессоров. Частицы, находящиеся в этой области, распределены равномерно между процессорами группы, число процессоров в группе определяется количеством частиц в области в начальный момент времени. Также допускается ручная настройка, поскольку при критических плотностях пучков неизвестно, как будет деформироваться пучок и где будут находиться частицы. Обмены сеточными значениями полей, плотностей, токов требуют двух вспомогательных узлов для каждой подобласти [22]. При пересылках данных частиц выбирается случайный процессор из соседней группы, что позволяет сохранить равномерность распределения частиц внутри групп. Количество модельных частиц определяется количеством используемых процессоров [23–25].

Результаты численных экспериментов

Рассмотрим два встречных пучка с $\beta_x = 1.6$ см, $\beta_y = 0.034$ см, $\varepsilon_x = 2.03 \cdot 10^{-8}$ см·рад, $\varepsilon_y = 1.19 \cdot 10^{-9}$ см·рад, $\sigma_z = 0.03$ см, $\gamma = 6850$ в расчетной области размерами $L_x = 0.005$ см, $L_y = 0.0006$ см, $L_z = 0.4$ см, пучки сталкиваются в $(L_x/2, L_y/2, L_z/2)$. На рис. 2, а показана зависимость увеличения светимости H_D от параметра разрушения D_y . Здесь увеличение светимости сравнивается с ее значением для 10^6 частиц $H_D = L(D_y)/L(D_{y0}) = (L(Q)/Q^2)/(L(Q_0)/Q_0^2)$, $L(Q)$ учитывает эффект песочных часов, заряд пучков $Q = \pm Ne$, $N_+ = N_- = N$, $Q_0 = \pm N_{0e}$, $N_0 = 10^6$, параметр разрушения определяется как

$$D_{x,y} = \frac{2Nr_e \sigma_z}{\gamma \sigma_{x,y} (\sigma_x + \sigma_y)}.$$

Для некритических режимов $D_{x,y} \ll 1$ пучки не испытывают возмущений, и светимость совпадает с геометрической.

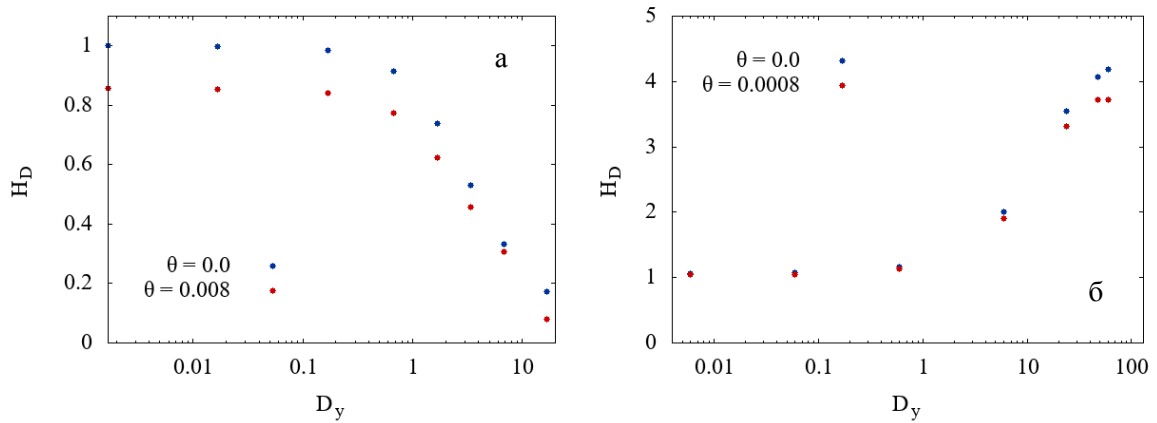


Рис. 2. Зависимость приращения светимости от параметра разрушения

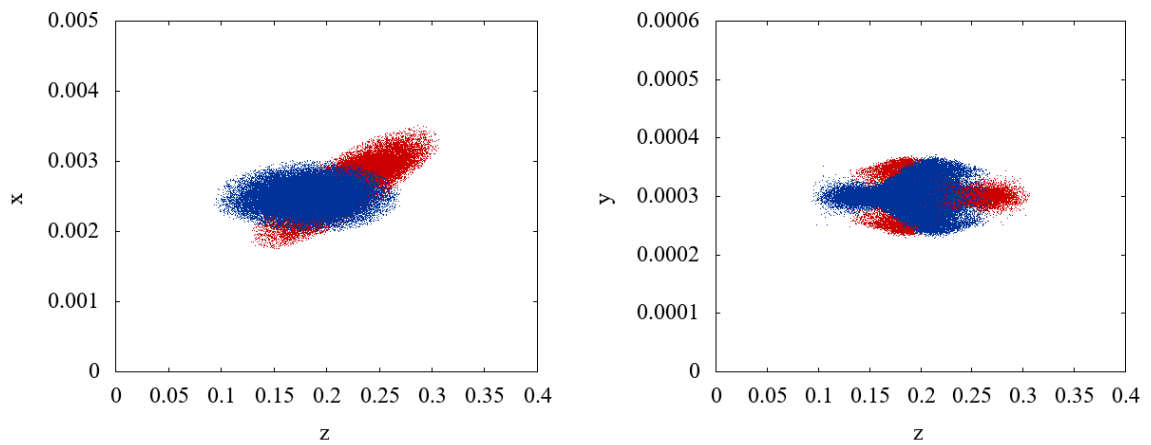


Рис. 3. Координаты пучков (z, x) (слева) и (z, y) (справа) при $t = 0.36$ нс для первого набора параметров

Зависимость H_D демонстрирует падение светимости, что связано с деформацией пучков. На рис. 3. показаны координаты пучков с зарядами при $N = 4 \cdot 10^9$, угле встречи $\theta = 0.08$ в момент времени $t = 0.36$ нс.

Выбор параметров может привести к другим эффектам. Например, при $\beta_x = 0.08$ см, $\beta_y = 0.034$ см, $\epsilon_x = 2.53 \cdot 10^{-8}$ см·рад, $\epsilon_y = 1.79 \cdot 10^{-9}$ см·рад, $\sigma_z = 0.03$ см, $\gamma = 6850$ размеры области $L_x = 0.001$ см, $L_y = 0.0004$ см, $L_z = 0.4$ см. На рис. 2, б представлены зависимости H_D от D_y при $\theta = 0$ (синий цвет) и $\theta = 0.0008$ (красный цвет). Углы встречи снижают устойчивость пучка, H_D выше при лобовом столкновении пучков. Также наблюдается повышение светимости в 4 раза по сравнению с некритическим режимом за счет сильного сжатия пучков.

На рис. 1 показаны координаты пучков с малыми зарядами ($N = 10^6$), которые отвечают некритическому режиму. На рис. 4 показаны координаты пучков для зарядов с $N = 10^{10}$ ($D_x = 10$, $D_y = 60$) в момент времени $t = 0.41$ нс. Плотность пучков высока, пучки разрушаются вследствие сильной фокусировки полем встречного пучка, и светимость в этом случае примерно такая же, что и для случая $D_y = 48$.

Сравнение светимости может быть сделано для некритических режимов. На рис. 5, а для первого случая показано приращение светимости $L(\theta)/L(0)$ в зависимости от угла встречи для пучков с $N = 10^6$ (красные точки) и для режима с разрушением пучка ($N = 4 \cdot 10^9$, синие точки) и приращение $L_{an}(\theta)/L_{an}(0)$ (черная линия), где интеграл (1) был получен численно методом прямоугольников. На рис. 5, б аналогично показаны $L(\theta)/L(0)$ для второго случая с $N = 10^6$ (красные точки) и с $N = 10^{10}$ (синие точки), а также светимость $L_{an}(\theta)/L_{an}(0)$. Для меньших бета-функций угол встречи играет существенную роль в понижении устойчивости пучка.

В обоих случаях зависимость светимости от угла в некритическом режиме совпадает с теоретически ожидаемой.

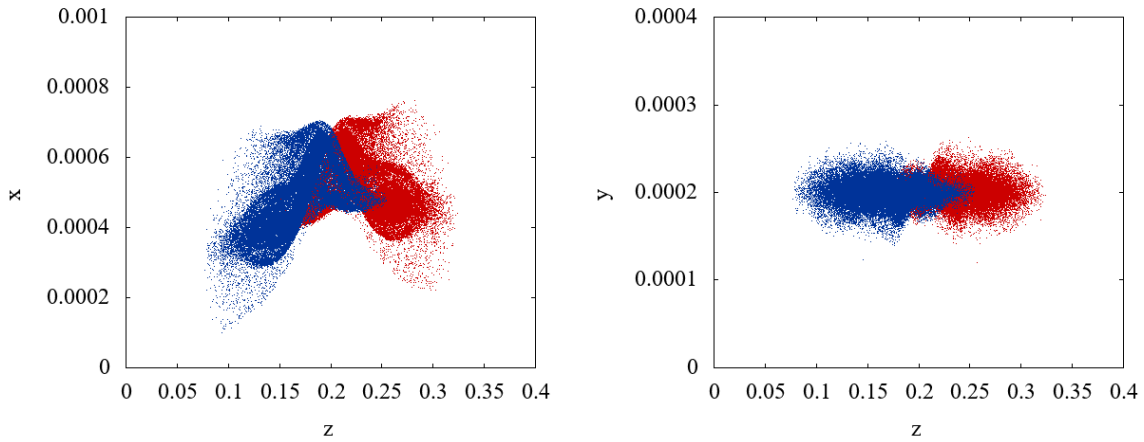


Рис. 4. Координаты пучков (z, x) (слева) и (z, y) (справа) для второго набора параметров

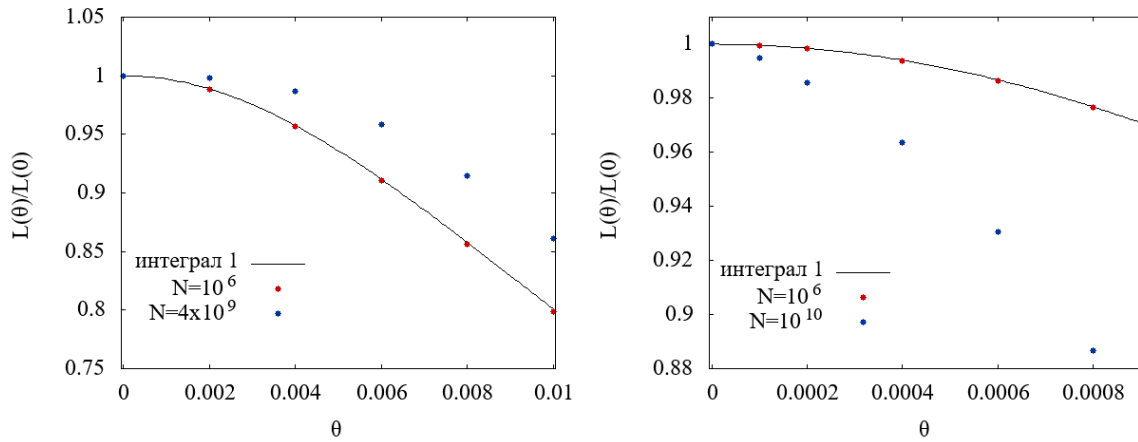


Рис. 5. Зависимость приращения светимости от угла встречи:
 a – при $\beta_x^* = 1,6$; b – при $\beta_x^* = 0,08$

Для вычислений использовалась сетка с $100 \times 100 \times 100$ узлами, 10^8 модельных частиц, $56 \cdot 10^3$ временных шагов $\tau = 3.33 \cdot 10^{-6}$ для первого случая и $62 \cdot 10^3$ временных шагов $\tau = 3 \cdot 10^{-6}$ для второго; 224 процессорных ядра были распределены между 25 группами, в центральной группе было 136 ядер для первого случая и 104 для второго. В обоих случаях вычисления длились ~ 27 часов. Для меньших сеток, например, $50 \times 50 \times 50$ при 10^7 модельных частиц соответственно более крупный временной шаг был использован, и при вычислениях использовалось 56 ядер в 11 группах, на каждый расчет потребовалось ~ 5 часов.

Расчеты проводились на суперкомпьютере Ломоносов (МГУ, Москва), Политехник (СПбПУ, Санкт-Петербург) и кластере ССКЦ (ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск).

Заключение

Предложен новый параллельный алгоритм для численного моделирования взаимодействия пучков с высокими энергиями в суперколлайдерах. Алгоритм позволяет проводить вычисления для однопролетного взаимодействия пучков в полностью трехмерном ультрарелятивистском случае с учетом угла встречи и эффекта песочных часов, когда возможна сильная нелинейная деформация и разрушение пучков. Алгоритм основан на решении уравнения Власова методом частиц-в-ячейках и уравнений Максвелла. Распараллеливание по области

и по частицам позволяет решить проблему неравномерного распределения частиц в пространстве и времени. Представлены результаты численного моделирования и анализ эволюции пучка в трехмерном случае. Результаты демонстрируют качественное совпадение с теоретическими ожиданиями для критических режимов и количественное совпадение для некритических режимов. Таким образом, показана работоспособность и перспективность метода для математического моделирования эффектов взаимодействия пучков при наличии угла встречи. Код может быть использован при исследовании проблем, связанных с устойчивостью пучка и оптимизацией параметров, а также для подготовки студентов соответствующей специальности.

Список литературы

1. *Adolphsen C. et al.* The International Linear Collider Technical Design Report – Volume 3.II: Accelerator Baseline Design (2013) arXiv:1306.6328 [physics.acc-ph] .
2. *Appleby R., Angal-Kalinin D., Bambade P., Cavalier S., Meur G. Le, Touze F., Iwashita Y.* The 2 mrad Crossing Angle Scheme for the International Linear Collider // Proc. of EPAC08 (Genoa, Italy, 2008), p. MOPP005.
3. *Nosochkov Y., Mo_eit K., Seryi A., Woods M., Arnold R., Oliver W., Parker B., Torrence E.* Design of ILC Extraction Line for 20 mrad Crossing Angle // Proc. of the 2005 Particle Accelerator Conference (Knoxville, USA, 2005), p. RPPP030.
4. *Telnov V. I.* Journal of Instrumentation 13, p. P03020 (2018).
5. *Hirata K.* Phys. Rev. Lett. 74, 2228–2231 (1994).
6. *Buffat X., Barraud L., Barranco J., Florio A. and Pieloni T.* Numerical and experimental studies of coherent beam-beam modes: stability and decoherence // Workshop on Beam-Beam Effects in Circular Colliders (Berkley, USA, 2018), p. RPPP030.
7. *Schulte D.* Study of Electromagnetic and Hadronic Background in the Interaction Region of the TESLA Collider. PhD thesis, DESY 1997.
8. *Terzic B. et al.* Long-Term Simulations of Beam-Beam Dynamics on GPUs // Proc. of IPAC2017 (Copenhagen, Denmark, 2017), p. THPAB086.
9. *Qiang J., Furman M., Ryne R.* Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, p. 104402 (2002).
10. *Hockney R. W., Eastwood J. W.* Computer Simulation Using Particles (CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, 1988).
11. *Boris J. P.* Relativistic plasma simulation – optimization of a hybrid code (Fourth Conference on numerical Simulation of Plasmas. Washington, 1970), p. 3–67.
12. *Langdon A. B., Lasinski B. F.* Controlled Fusion, Methods in Computational Physics: Advances in Research and Applications, vol. 16 (Elsevier, 1976), p. 327–366.
13. *Yee K. S.* IEEE Trans. Antenn. Propagat. AP-14, 302–307 (1966).
14. *Villasenor J., Buneman O.* Comput. Phys. 69, 306–316 (1992).
15. *Landau L. D., Lifshitz E. M.* The Classical Theory of Fields. A Course of Theoretical Physics. Pergamon Press, 1971, vol. 2.
16. *Вшивков В. А., Боронина М. А.* Трехмерное моделирование динамики ультрарелятивистских пучков заряженных частиц: особенности вычисления начальных и граничных условий // Матем. моделирование. 2012. Т. 24 (2). С. 67–83.
17. *Sands M.* The physics of electron storage rings: an introduction, SLAC-121 (1971).
18. *Herr W.* Particle Colliders and Concept of Luminosity // CERN Accelerator School. Granada, Spain, 2012.
19. *Peng Y., Zhang Y.* Luminosity Reduction with Hourglass Effect and Crossing Angle in an e-p Collider // Proc. of IPAC2015 (Richmond, USA, 2015), p. TUPTY010.
20. *Lotov K. V., Timofeev I. V., Mesyats E. A., Snytnikov A. V., Vshivkov V. A.* Physics of Plasmas 22, p. 024502 (2015).
21. *Boronina M., Vshivkov V., Levichev E., Nikitin S., Snytnikov V.* 3D PIC Method Development for Simulation of Beam-Beam Effects in Supercolliders // Proceedings of PAC07 (Albuquerque, USA, 2007), p. THPAN060.
22. *Boronina M. A., Korneev V. D.* Bull. Nov. Comp. Center 16, 15–22 (2013).
23. *Kireev S.* Parallel Computing Technologies, 5698, 406–413 (2009).

24. Berendeev E., Dudnikova G., Efimova A., Vshivkov V. Numerical Analysis and Its Applications, 10187, 227–234 (2017).
25. Vshivkov V. A., Boronina M. A. Journal of Plasma Physics 81, p. 495810605 (2015).
26. Chen P., Yokoya K. Phys. Rev. D38, p. 987 (1988).
27. Birdsall C. K., Langdon A. B. Plasma Physics via Computer Simulation (Institute of Physics Publishing, Bristol, UK, 1991).
28. Березин Ю. А., Вишивков В. А. Метод частиц в динамике разреженной плазмы. Новосибирск: Наука, 1980.

Материал поступил в редколлегию 15.10.2018

M. A. Boronina, V. A. Vshivkov

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS
6 Academician Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

boronina@ssd.sccc.ru, vsh@ssd.sccc.ru

PARALLEL ALGORITHM FOR NUMERICAL SUMULATIONS OF ULTRARELATIVISTIC PARTICLE BEAMS COLLIDING WITH CROSSING ANGLE

We present an algorithm for numerical modelling of beam dynamics in supercolliders. When the high-energy beams interact their deformation and disruption are possible and the study of the beam stability is an important problem. We consider the beams motion in self-consistent electromagnetic fields and we take into account the crossing angle of the beams in the fully three-dimensional case. We use particle-in-cell method to solve the problem. The domain and particle parallelization allows performing of the numerical experiments with 10^9 model particles. The results of the simulations and the comparison with the existing analytical solution are presented.

Keywords: particle-in-cell method, beam-beam effects, colliders, numerical modelling

References

1. Adolphsen C. et al. The International Linear Collider Technical Design Report – Volume 3.II: Accelerator Baseline Design. Office of Scientific and Technical Information (OSTI), 2013. DOI 10.2172/1347940
2. Appleby R., Angal-Kalinin D., Bambade P., Cavalier S., Meur G. Le, Touze F., Iwashita Y. The 2 crossing angle scheme for the international linear collider. *EPAC 2008 – Contributions to the Proceedings*. Genoa, 2008, p. 556–558.
3. Nosochkov Y., Moffeit K., Seryi A., Woods M., Arnold R., Oliver W. et al. Design of ILC Extraction Line for 20 Mrad Crossing Angle. *Proceedings of the 2005 Particle Accelerator Conference*. Knoxville, 2005. DOI 10.1109/pac.2005.1591034
4. Telnov V. I. Optimization of the Beam Crossing Angle at the ILC for E+e- and $\gamma\gamma$ Collisions. *Journal of Instrumentation*, 2018, vol. 13, no. 03, p. P03020–P03020. DOI 10.1088/1748-0221/13/03/p03020
5. Hirata K. Analysis of Beam-Beam Interactions with a Large Crossing Angle. *Physical Review Letters*, 1995, p. 2228–2231. DOI 10.1103/physrevlett.74.2228
6. Buffat X., Barraud L., Barranco J., Florio A., Pieloni T. Numerical and experimental studies of coherent beam-beam modes: stability and decoherence. *Workshop on Beam-Beam Effects in Circular Colliders*. Berkeley, 2018.
7. Schulte D. Study of Electromagnetic and Hadronic Background in the Interaction Region of the TESLA Collider. PhD thesis. DESY, 1997.
8. Terzić B. et al. Long-Term Simulations of Beam-Beam Dynamics on GPUs. *Proc. 8th Int. Particle Accelerator Conf. (IPAC'17)*. Copenhagen, 2017, p. 3918–3920. DOI <https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2017-THPAB086>
9. Qiang J., Furman M., Ryne R. Strong-strong beam-beam simulation using a Green function approach. *Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams*, 2002. DOI 10.1103/physrevstab.5.104402
10. Hockney R. W., Eastwood J. W. Computer Simulation Using Particles, 1988. DOI 10.1887/0852743920

11. Boris J. P. Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code. *Proc. 4th Conf. Num. Sim. Plasmas*. Washington, 1970, p. 3–67.
12. Langdon A. B., Lasinski B. F. Electromagnetic and Relativistic Plasma Simulation Models. Controlled Fusion. *Methods in Computational Physics: Advances in Research and Applications*, 1976, vol. 16, p. 327–366. DOI 10.1016/B978-0-12-460816-0.50014-2
13. Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1966, vol. 14, no. 3, p. 302–307. DOI 10.1109/TAP.1966.1138693
14. Villasenor J., Buneman O. Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers. *Computer Physics Communications*, 1992, vol. 69, no. 2–3, p. 306–316. DOI 10.1016/0010-4655(92)90169-y
15. Landau L. D., Lifshitz E. M. The Classical Theory of Fields, Vol. 2 of A Course of Theoretical Physics, 1971.
16. Vshivkov V., Boronina M. Three-dimensional simulation of ultrarelativistic charged beams dynamics: study of initial and boundary conditions. *Matem. Mod.*, 2012, vol. 24, no. 2, p. 67–83.
17. Sands M. Physics of electron storage rings: an introduction, 1970. DOI 10.2172/4064201
18. Herr W. Particle Colliders and Concept of Luminosity. CERN Accelerator School. Granada, 2012.
19. Peng Y. M., Zhang Y. The Luminosity Reduction with Hourglass Effect and Crossing Angle in an e-p Collider. *Proc. 6th Int. Particle Accelerator Conf. (IPAC'15)*. Richmond, 2015, p. 2016–2018. DOI 10.18429/JACoW-IPAC2015-TUPTY010
20. Lotov K. V., Timofeev I. V., Mesyats E. A., Snytnikov A. V., Vshivkov V. A. Note on quantitatively correct simulations of the kinetic beam-plasma instability. *Physics of Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 2. DOI 10.1063/1.4907223
21. Boronina M., Vshivkov V., Levichev E., Nikitin S., Snytnikov V. 3D PIC Method Development for Simulation of Beam-Beam Effects in Supercolliders. *Proc. of PAC-07*. Albuquerque, 2007. DOI 10.1109/pac.2007.4440427
22. Boronina M. A., Korneev V. D. The parallel three-dimensional PIC code for the numerical modeling of ultrarelativistic beams. *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center*, 2013, no. 16, p. 15–22.
23. Kireev S. A Parallel 3D Code for Simulation of Self-gravitating Gas-Dust Systems. *Parallel Computing Technologies. PaCT 2009. Lecture Notes in Computer Science*, 2009, vol. 5698, p. 406–413. DOI 10.1007/978-3-642-03275-2_40
24. Berendeev E., Dudnikova G., Efimova A., Vshivkov V. Computer Simulation of Plasma Dynamics in Open Plasma Trap. *Numerical Analysis and Its Applications*, 2017, p. 227–234. DOI 10.1007/978-3-319-57099-0_23
25. Boronina M. A., Vshivkov V. A. Parallel 3-D particle-in-cell modelling of charged ultrarelativistic beam dynamics. *Journal of Plasma Physics*, 2015, vol. 81, no. 6. DOI 10.1017/S0022377815001178
26. Chen P., Yokoya K. Disruption effects from the interaction of round e-beams. *Physical Review D*, 1988, vol. 38, no. 3, p. 987–1000. DOI 10.1103/physrevd.38.987
27. Birdsall C. K., Langdon A. B. Plasma Physics via Computer Simulation, 1991. DOI 10.1887/0750301171
28. Berezin Y. A., Vshivkov V. A. Particles method in the dynamics of a rarefied plasma. Novosibirsk, Nauka, 1980. (in Russ.)

Received 15.10.2018

For citation:

Boronina M. A., Vshivkov V. A. Parallel Algorithm for Numerical Simulations of Ultra Relativistic Particle Beams Colliding with Crossing Angle. *Vestnik NSU. Series: Information Technologies*, 2018, vol. 16, no. 4, p. 31–40. (in Russ.) DOI 10.25205/1818-7900-2018-16-4-31-40