

И. А. Лавров

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ВЫЧИСЛИМОСТИ (база статей и книг)*

База создана для того, чтобы специалисты в различных областях теории вычислимости могли увидеть полную картину текущих исследований в различных направлениях теории алгоритмов. База содержит более 3 000 известных автору монографий и статей по теории рекурсии, степеням неразрешимости, элементарным теориям, обобщенным вычислениям и их приложениям.

Ключевые слова: вычислимость, рекурсивно перечислимые множества, сводимости.

Современная *теория вычислимости* включает в себя достаточно большое число направлений как по абстрактным, так и по прикладным аспектам.

В начальном периоде основной целью специалистов являлось нахождение алгоритмов для решения конкретных задач. После того как были сформулированы математические аналоги интуитивных понятий, таких как процесс вычисления, возможные вычислительные средства и алгоритмы (машины Тьюринга, частично рекурсивные функции Клини, нормальные алгорифмы Марков и др.), появилась перспектива судить для алгоритмических задач о принципиальной возможности их решения в рамках этих новых понятий. И тут сразу же обнаружили точно сформулированные задачи, которые в принципе невозможно решить с помощью допущенных вычислительных инструментов. Это свидетельствовало о новой ситуации — задача может оказаться неразрешимой на базе выбранных вычислительных средств. А так как эти средства носили вполне универсальный характер, то был сформулирован так называемый «тезис Черча». Согласно данному тезису, конкретная задача считается разрешимой, если существует, например, машина Тьюринга, на которой можно смоделировать процесс решения этой задачи. Если же для подобной задачи не существует подходящей машины Тьюринга, то надо считать ее неразрешимой.

После этого был предпринят тотальный анализ многих математических теорий, формализованных средствами математической логики (названных элементарными теориями), на предмет их разрешимости или неразрешимости. Здесь была доказана неразрешимость многих естественных для математиков теорий, и в первую очередь арифметики натуральных чисел, которая лежит в основе всех подобных математических теорий. С другой стороны, доказана разрешимость теории действительных чисел и, значит, эле-

* Работа докладывалась на международной конференции «Мальцевские чтения 2009», (Новосибирск, август 2009). Работа выполнена при финансовой поддержке Отделения математических наук РАН, программа «Современные проблемы теоретической математики», проект «Сложностные аспекты теории вычислений».

ментарной геометрии (Тарский). Еще пример — элементарная теория групп неразрешима, но теория абелевых групп разрешима (Шмелева).

Работой Поста открывается новая страница в теории вычислимости. Он предложил сравнивать различные задачи, даже и неразрешимые, по модулю различных сводимостей. Это направление продолжает и сейчас активно развиваться. Надо сказать, что подавляющее число работ по такой теоретической вычислимости относится в той или иной степени к данному направлению.

С этой точки зрения все разрешимые проблемы сводятся друг к другу. Их можно различать и классифицировать лишь по сложности алгоритмов для их решения. Здесь имеется необозримый источник проблем, некоторые из них не решены до сих пор. Самая знаменитая задача, так называемая «problem $P = NP?$ », о возможности сведения решения задачи к такому ее решению за время, полиномиально зависящее от объема исходных данных. Специалисты, склонные к задачам, имеющим прикладной характер, активно занимаются анализом разрешимых проблем. Справедливости ради надо сказать, что ряд видных специалистов по «неразрешимым проблемам» в последнее время публикует работы и по «разрешимым проблемам».

Как уже говорилось, неразрешимые проблемы классифицируются в соответствии с возможностью их сведения друг к другу. Здесь берутся уже все множества, имеющие арифметический характер. Ряд исследований относится и к более абстрактным множествам — например, допустимым ординалам и др. Проводится подробный анализ сложности вычисления функций, сложности проблемы принадлежности к множеству и многое другое.

Число научной литературы по теории вычислимости (монографий и статей) постоянно растет. Ориентироваться в этой массе довольно трудно. Это ставит задачу создания баз данных по данному направлению, достаточно полных и квалифицированных.

В настоящее время существуют различные варианты подобных баз, в основном на иностранных языках. Отметим некоторые из них.

1. *MathScNet* — база, созданная в American Mathematical Society (AMS). К сожалению, выход в эту базу допустим только для членов AMS; российские ученые могут выходить в эту базу лишь через Математический институт им. Стеклова РАН.
2. *CiteSeer* — база цитирования научных статей.
3. База *P. Cholak*¹ — это наиболее полное из существующих собраний книг и научных статей по теории вычислимости.
4. *The DBLP Computer Science Bibliography*² — база, составленная в Университете г. Трира (Германия); здесь имеются каталоги журналов, списки авторов и их работ и т. п.

Однако во всех этих базах крайне скупо отражены работы, опубликованные на рус-

¹<http://nd.edu/~cholak/computability/bib/bib.html>

²<http://dblp.uni-trier.de/>

ском языке. Это можно объяснить многими причинами — незнанием языка, недоступностью российских журналов и пр. Отсутствуют и многие иностранные работы.

Цель создания данной базы состоит в том, чтобы специалисты в различных направлениях *теории вычислимости* имели достаточно полное представление о многообразии научных исследований в этой непрерывно развивающейся области теории алгоритмов.

В настоящее время база размещена на сайте Института системного программирования³.

В базу включены около 3 300 известных составителю научных монографий и статей по теории рекурсии, степеням неразрешимости, элементарным теориям, иерархиям сложностей, обобщенным вычислениям и их приложениям. В меньшем количестве представлены работы по вероятностным алгоритмам, реверсивной математике, полиномиальным алгоритмам, ряду обобщений вычислимости и приложениям в конкретных математических направлениях.

В базе имеется более 900 работ, напечатанных на русском языке (200 авторов), а также более 2 300 работ, напечатанных на иностранных языках (600 авторов). Автор не включал в базу, за редким исключением, неопубликованные работы, препринты и частные сообщения.

Предполагается, что в базу будут вноситься необходимые коррективы и дополнения по мере их поступления. Автор будет признателен за все замечания и предложения, которые можно ему сообщать по адресу: lavrov@ispras.ru.

Очень многие авторы уже прислали свои коррективы, предложения и дополнения. Практически все одобрили идею создания подобной базы данных. *P. Cholak* в предисловии к упоминавшейся базе данных ссылается на нашу базу, как на содержащую много работ на русском языке, которые были неизвестны зарубежным специалистам.

Как функционирует система поиска?

По запросу пользователя система поиска выдаст список всех фамилий авторов, начинающихся на указанную букву. Необходимо учитывать, что авторы могут иметь работы, написанные как кириллицей, так и латиницей. Они будут находиться в разных списках. Если вызвать в данном списке фамилию автора, система выдаст список всех имеющихся в базе работ, где указанная фамилия встречается в списке авторов или в названии работы.

Здесь нам пришлось в ряде случаев подсоединять к фамилии часть инициалов, с тем чтобы избежать случаев однофамильцев или когда фамилия входит частью в другую фамилию или слово.

Если вызвать какую-то конкретную работу из этой подборки, то система выдаст наиболее подробную информацию о данной работе. Например, по запросу система выдала следующую подборку:

Abraham U., Shore R.A.

[1986]

Initial segments of the Turing degrees of size \aleph_1

³<http://ispras.ru/ru/mathbib>

Israel. J. Math., 53, № 1, 1–51

86.12.68

REOSG

article

Здесь в первых четырех строках указаны авторы работы, год опубликования, название работы, где опубликована работа, а в седьмой строке — статус работы (статья или книга).

Особое место занимают пятая и шестая строки — здесь указаны некоторые технические данные. Так, группа 86.12.68 означает, что реферат на данную работу имеется в «Реферативном журнале. Математика» за 1986 год, том 12, номер реферата 68. Большинство работ прореферированы в части А данного журнала, и это специально не оговаривается. Однако, если реферат находится в частях Б, В или Г данного тома, это отмечено во второй группе цифр. Например, 86.БЗ.68. Если эта группа имеет вид 86.ВН5.123, то реферат находится в «Реферативном журнале. Вычислительные науки». Если вместо всей этой группы стоит \sim или $?$, это означает, что реферат отсутствует или пока не найден.

Необходимо сказать, что в последнее время «Реферативный журнал. Математика» довольно много работ пропускает, или не дает развернутого реферата на работу. Не дается оценка новизны результатов и их связь с другими работами. Журнал трудно доступен. Автор неоднократно сожалел, что он избрал в своей базе ссылки на этот реферативный журнал. Это вызвало наибольшие трудности при создании базы. Конечно, надо было бы ссылаться на американский журнал «Mathematical Reviews» или немецкий журнал «Zentralblatt Math.»

Комбинация букв REOSG (в любом наборе) в шестой строке означает, что на данную работу имеется ссылка в одной из следующих книг, где имеются обширные библиографические списки:

R — Роджерс Х. «Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость» (русский вариант);

E — Ершов Ю. Л. «Теория нумераций»;

O — Odifreddi P. «Classical Recursive Theory, The theory of functions and sets of natural numbers, v. I, II»;

S — Соар Р. И. «Вычислимо перечислимые множества и степени» (русский вариант);

G — Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. «Конструктивные модели».

Желающий сразу найти работы конкретного автора должен в таблице «Общий поиск» вызвать фамилию автора. Аналогично можно поступить, если есть желание найти работы, в названии которых встречается какое-то конкретное слово. Система способна делать и такие выборки.

Интересную статистику можно извлечь из данной базы. Например, вот список авторов по числу работ, включенных в базу (более 15 работ):

1.	Downey R. G.	151
2.	Shore R. A.	102
3.	Ершов Ю. Л.	96
4.	Slaman T. A.	82
5.	Jockusch C. G. J	70
6.	Soare R.I.	69
7.	Гончаров С.	67
8.	Селиванов В.	66
9.	Cooper S. B.	64
10.	Ambos-Spies	64
11.	Lerman M.	61
12.	Арсланов М.	56
13.	Nies A.	56
14.	Lempp S.	56
15.	Sorbi A.	53
16.	Remmel J.B.	52
17.	Lachlan A. H.	46
18.	Дегтев А. Н.	45
19.	Knight J. F.	38
20.	Cholak P.	37
21.	Sacks G.E.	37
22.	Chong C.T.	36
23.	Normann D.	34
24.	Kleene S. C.	32
25.	McLaughlin T	32
26.	Simpson S. G.	32
27.	Harrington L.	31
28.	Оманадзе Р.	31

29.	Бадаев С. А.	30
30.	Добрица В. П.	29
31.	Nerode A.	27
32.	Ash C. J.	26
33.	Maass W.	24
34.	Поляков Е. А.	24
35.	Shoenfield J. R.	22
36.	Li A.	22
37.	Лавров И. А.	22
38.	Khousainov B.	21
39.	Hirschfeldt D.	20
40.	Herrmann E.	20
41.	Young P. R.	20
42.	Марченков С.	20
43.	Kummer M.	20
44.	Морозов А. С.	20
45.	Мальцев А. И.	20
46.	Yang Yue	19
47.	Hay L.	19
48.	Марков А. А.	19
49.	Тайцлин М. А.	18
50.	Homer S.	17
51.	Stob M.	17
52.	Robinson J.	17
53.	Davis M.	16
54.	Ишмухаметов	15
55.	Матияевич	15
56.	Трахтенброт	15

Приведем краткую сводку известных математических журналов, в которых помещены работы, упомянутые в базе:

1.	J. Symbolic Logic	487	14.	Изв. Вузов. Матем.	45
2.	Алгебра и логика	228	15.	Ann. Math. Logic	32
3.	Z. math. Logik und Grundl. Math.	143	16.	Fund. Math.	32
4.	Ann. Pure Appl. Logic,	126	17.	Notre Dame J. Formal Logic	31
5.	Сибирск. матем. журнал	102	18.	Bull. Amer. Math. Soc.	29
6.	ДАН СССР (РАН)	100	19.	Math. Logic Quarterly	28
7.	Trans. Amer. Math. Soc.	97	20.	Pacif. J. Math.	27
8.	Proc. Amer. Math. Soc.	95	21.	London Math. Soc. Lect. Notes	25
9.	Arch. Math. Logik Grundl.	73	22.	Contemporary Math.	25
10.	Lect. Notes in Comput. Sci.	66	23.	J. Comp. and Syst. Sci.	24
11.	Lect. Notes in Math.	61	24.	Ann. Math.	24
12.	Мат. заметки	51	25.	Вероят. методы и кибернетика	24
13.	Theor. Comput. Sci.	48	26.	Israel J. Math.,	23

Материал поступил в редколлегию 02.09.2010

Адрес автора

ЛАВРОВ Игорь Андреевич

Институт системного программирования РАН

ул. Александра Солженицына, 25, Москва, 109004, РОССИЯ

e-mail: lavrov@ispras.ru