

*Г. Г. Лазарева*

## КОМПЛЕКС ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ УДАРНЫХ ВОЛН В ПУЗЫРЬКОВЫХ СИСТЕМАХ\*

Рассмотрен комплекс программ для пространственного моделирования взаимодействия плоской ударной волны с аксиальным пузырьковым кластером сложной геометрии, в том числе цилиндрической, сферической, тороидальной и их комбинации. Используемая двухфазная математическая модель Иорданского – Когарко – ван Вингардена состоит из системы уравнений газовой динамики для средних характеристик течения и уравнения Релея для газового пузырька. Применение разработанного параллельного алгоритма позволяет оптимизировать набор параметров течения для генерации направленного излучения заданной интенсивности.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, пузырьковые среды, усиление ударных волн, параллельные вычисления.

В 1950–1970-х гг. был выполнен большой цикл экспериментальных исследований механизма трансформации ударных волн при их распространении в жидкости с пузырьками газа, предложен ряд математических моделей, позволяющих анализировать как аналитически, так и численно основные особенности процесса взаимодействия ударных волн с пузырьковыми системами [1–9]. Наиболее интересные особенности этого процесса обусловлены неравновесностью давлений в жидкой и газовой фазах, сложным процессом поглощения и переизлучения энергии падающей ударной волны двухфазной средой [2; 3; 10; 11]. Они наглядно проявляются как в случае коротких ударных волн (достаточно произвольной интенсивности), так и при исследовании длинных волн с крутым фронтом, если речь идет об относительно продолжительном релаксационном процессе, малых исходных объемных концентрациях газа в среде и существенно нелинейных пульсациях пузырьков. Под короткими волнами обычно подразумеваются волны, положительная фаза которых сравнима со временем схлопывания пузырьков.

Проблемы распространения волн в пузырьковых системах в России подробно исследовались В. К. Кедринским и В. Ф. Мининым в Институте гидродинамики СО РАН, В. Е. Накоряковым, Р. И. Нигматулиным и их школами в Институте теплофизики СО РАН и Институте механики МГУ, а также Институте химической физики РАН. Экспериментальные исследования [12; 13] показали, что процесс демпфирования падающей ударной волны носит, в основном, второстепенный характер, а наибольший интерес представляют механизм трансформации волн и переизлучение энергии, поглощенной пузырьковой средой, а также релаксационные, дисперсионные и диссипативные эффекты,

---

\* Научно-исследовательская работа выполнена в рамках реализации федеральных целевых программ «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы»

сопровождаящие процесс проникновения волны в пузырьковую среду. Часто проблемы создания различных типов генераторов высоких импульсных давлений не ограничиваются только требованиями кумуляции энергии, а ставят задачу о ее направленном излучении.

Среди теоретических работ следует прежде всего отметить модели Иорданского, Когарко и ван Вингардена [1; 4; 5; 9], построенные для сред, состояние которых динамически меняется в результате пульсации газовых пузырьков и описывается некоторой подсистемой, учитывающей уравнение Рэлея. Большой цикл исследований был выполнен по распространению слабых возмущений в пузырьковых системах, их результаты подробно изложены в монографиях Р. И. Нигматулина [14] и В. Е. Накорякова, Б. Г. Покусаева, И. Р. Шрейбера [15]. Здесь, в частности, следует отметить математические аналоги моделей Кортвега – де Вриза, Буссинеска и Бюргерса и создание на их основе подробной карты структур течений. В последнее десятилетие, благодаря стремительному росту возможностей вычислительных машин, начались исследования динамики волновых процессов в пузырьковых средах на основе пространственного численного моделирования [16; 17].

Рассматриваемая постановка задачи динамики ударных волн в пассивных пузырьковых системах включает в себя в качестве существенного элемента систему уравнений газовой динамики. Разнообразие и сложная структура реальных течений ведет к тому, что сфера приложений любого метода, приспособленного для реализации некоторой модели течения, неизбежно оказывается ограниченной. Результатом этого является создание различных аппроксимационных конструкций, версий и модификаций. Ограничения, присущие любому методу, заставляют в каждом конкретном случае искать компромисс между требуемой точностью, простотой реализации, устойчивостью и другими факторами выбора.

Представляемый программный комплекс решает двумерные уравнения газодинамики, которые включают в себя законы сохранения массы, импульса, уравнения состояния. Для учета включений пузырьковой среды пакет программ дополнен блоком решения уравнения Рэлея, описывающего особые свойства состояния. Программный комплекс использует конечно-разностный подход для аппроксимации уравнений математической модели. Уравнения газодинамики решаются явным методом по схемам сквозного счета. Одно из основных достоинств рассматриваемого комплекса состоит в возможности адаптации программы для конкретной постановки задачи генерации ударных волн пузырьковыми кластерами. Реализована параллельная версия алгоритма.

В результате численных экспериментов, проведенных на супервычислительном комплексе МВС 1000, получены данные по генерации ударных волн пузырьковыми кластерами различной геометрии и их усиления. Рассмотрены задачи о взаимодействии падающей плоской ударной волны с кластерами сферической и тороидальной формы, а также с аксиальным пузырьковым цилиндром (шнуром).

## 1. Описание программного комплекса

Программный комплекс разработан с применением модульного программирования. Вычислительные модули для решения уравнений газовой динамики написаны на языке Фортран-90. Структура вычислительных модулей состоит из модулей параметров расчетной задачи (модуль параметров расчетной сетки, модуль физических постоянных, модуль газодинамических параметров, модуль для параллельных коммуникаций), модуля определения величины временного шага, модуля сохранения результатов (модуль сохранения решения и модуль контроля интегральных величин), модуля для задания начальной конфигурации и модуля межпроцессорных коммуникаций.

В программном комплексе используются библиотеки MPI для задания межпроцессорных коммуникаций. Текстовый формат выходных данных программного комплекса совместим со стандартными форматами программ Origin, Golden Software Surfer, Tecplot, GNUplot. Для задания начальных данных разработаны дополнительные утилиты, преобразующие формат HDF5 в текстовый формат.

## 2. Постановка задачи

На торце цилиндрической ударной трубки радиусом  $r_{st}$ , заполненной жидкостью, в момент  $t = 0$  движением поршня генерируется скачок давления (рис. 1). В ударной трубе находится пузырьковый кластер, центр которого расположен на оси  $z$  ударной трубки на расстоянии  $l_{cl}$  от ее левой границы. Объемная концентрация газовой фазы в кластере  $k_0$ , пузырьки газа в кластере имеют один и тот же радиус  $R_b$ . При  $t > 0$  ударная волна, распространяясь вдоль положительной оси  $z$ , взаимодействует с облаком пузырьков, огибает его и в зоне контакта фронта преломляется в кластер. Взаимодействие преломленной волны с пузырьковой системой приводит к ее фокусировке внутри кластера и усилению, уровень которого определяется параметрами системы. Усиленная кластером ударная волна переизлучается в окружающую жидкость. Расчет процесса фокусировки преломленной волны в кластере выполнялся в рамках модифицированной модели Иорданского – Когарко – ван Вингардена [11], которая включает в себя законы сохранения массы и импульса для средних значений давления  $p$ , плотности  $\rho$ , скорости  $\vec{u}$  (1) и подсистему (2)–(3), определяющую состояние среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}(\nabla \vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (1)$$

$$p = p(\rho) = 1 + \frac{\rho_0 c_0^2}{n p_0} \left[ \left( \frac{\rho}{1-k} \right)^n - 1 \right], \quad k = \frac{k_0}{1-k_0} \rho \beta^3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{3}{2\beta} S^2 - \frac{C}{\beta^2} - p - \beta^{-3\gamma-1}, \quad S = \frac{\partial \beta}{\partial t}, \quad C = \frac{2\sigma}{R_0 p_0}. \quad (3)$$

Система уравнений (1)–(2) не замкнута, так как в уравнении состояния для жидкого компонента вводится новая переменная  $k$  — удельная доля газовой фазы в кластере, содержащая переменную  $\beta = R_b/R_0$  — относительный радиус пузырьков, динамика

которой описывается уравнением Релея (3). Здесь  $\rho_0$  — плотность,  $C_0$  — скорость звука в жидкости,  $k_0$  — начальная объемная концентрация газовой фазы,  $u = (u_r, u_z)$  — скорость,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. Система уравнений записана в безразмерном виде, где  $p_0$  — начальное давление в жидкости,  $\rho_0$  — начальная плотность жидкости,  $R_0$  — начальный радиус пузырьков в кластере,  $\sqrt{P_0/\rho_0}$  — характерная скорость,  $R_0\sqrt{P_0/\rho_0}$  — характерное время — константы, по которым система уравнений приведена к безразмерному виду. Расчеты проводились при показателе адиабаты  $n = 7,15$ .

Особенность данной модели состоит в том, что она позволяет игнорировать наличие пузырьков и считать среду однородной с особыми свойствами состояния, описываемого уравнением Релея. Расчет ведется по схемам сквозного счета (без выделения особенностей). Для расчета течения как в чистой жидкости, так и в пузырьковой среде используется одно уравнение состояния  $p(\rho)$ , в которое входит удельная доля газовой фазы, имеющая свое значение для каждой среды. Контактный разрыв на границе пузырьковая среда — жидкость задается в начальный момент времени через задание плотности:  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 1 - k_0$ , где  $\rho_1$  — плотность в жидкости,  $\rho_2$  — в пузырьковой среде. Движением пузырькового кластера можно пренебречь, так как сдвиг кластера за все время рассматриваемого процесса много меньше пространственного шага сетки. Так как направленные скорости малы, то размытие границы кластер — жидкость может осуществляться только за счет диффузии пузырьков в жидкость. В расчетах принимается допущение о небольшой скорости диффузии. За время типичного расчета существенного размытия не происходит.

### 3. Выбор геометрии пузырькового кластера

Задание геометрии пузырьковой зоны выделено в отдельный блок программы. Распределение доли газовой фазы в расчетной области задается по различным законам. На рис. 1 приведены схемы гидродинамической ударной трубы с пузырьковой зоной различной геометрии.

Рассмотрим способ задания геометрии облака пузырьков в форме шара (см. рис. 1, а). Пусть на оси  $Oz$  цилиндрической ударной трубы на расстоянии  $l_{cl}$  от этой границы расположен центр сферического пузырькового кластера радиусом  $R_{cl}$  (рис. 2, а). Способ задания геометрии пузырьковой области позволяет задавать пузырьковые сферы любого радиуса.

Логическим продолжением изучения механизма усиления падающей ударной волны сферическим пузырьковым кластером является численный анализ волновой структуры в случае двух последовательно расположенных сферических пузырьковых кластеров (см. рис. 1, б). Выбор двумерной цилиндрической системы координат дает возможность провести такое численное исследование. На оси цилиндра на расстоянии  $l_{cl}^1$  от этой границы расположен центр первого сферического пузырькового кластера радиусом  $R_{cl}$  и на расстоянии  $l_{cl}^2$  — центр второго кластера того же радиуса (см. рис. 2, б). Переизлученная пузырьковым кластером волна, большей амплитуды, чем исходная, взаимодействует со

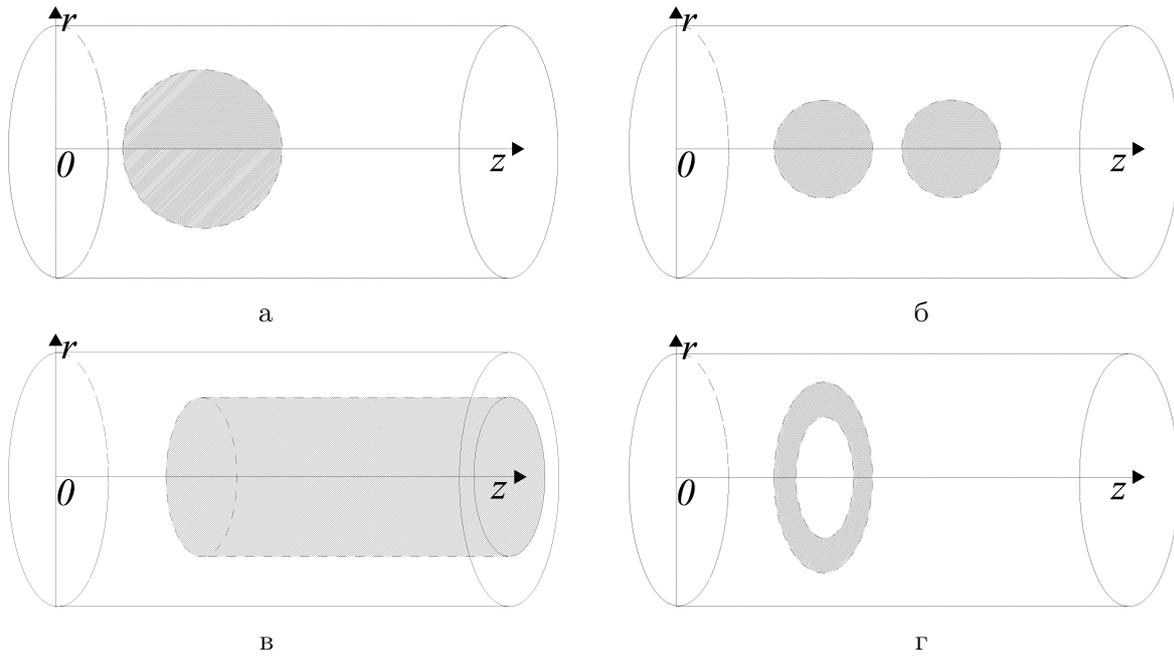


Рис. 1. Схемы расположения пузырьковых кластеров различной геометрии в ударной трубе: а — сферический кластер; б — последовательно расположенные сферические кластеры; в — пузырьковый шнур; г — кольцо

вторым кластером. Второе облако пузырьков переизлучает эту волну с еще большим усилением. Таким образом, возможно моделирование процесса усиления исходной ударной волны. Параллельная реализация позволяет проводить расчеты не только с двумя, но и с большим числом сфер.

С целью изучения динамики квазистационарной ударной волны была задана пузырьковая зона в виде шнура (см. рис. 1, в). Шнур представляет собой цилиндр радиусом  $R_{cl}$ , расположенный на оси ударной трубы на расстоянии  $l_{cl}^1$  от его левой границы (см. рис. 2, в).

Еще одна интересная для исследователей конфигурация пузырькового облака — кольцо (см. рис. 1, г). В ударной трубе находится пузырьковый кластер в форме тора, центр которого расположен на оси  $z$  на расстоянии  $l_{cl}$  от ее левой границы. Плоскость базовой окружности тора (далее плоскость тора) радиусом  $R_{tor}$  перпендикулярна оси ударной трубы, радиус сечения тора  $R_{circ}$  (см. рис. 2, г).

Так как задача решается в осесимметричной постановке, то расчетная область представляет собой сечение цилиндрической ударной трубы в плоскости  $(r, z)$  (см. рис. 2), и распределение доли газовой фазы в расчетной области задается по следующему закону. Во всей расчетной области доля газовой фазы равна нулю, кроме областей, занятых пузырьковым кластером. Для сферического кластера  $k = k_0$  в области  $r^2 + (z - l_{cl})^2 \leq R_{cl}^2$ , для последовательно расположенных сферических кластеров в области  $r^2 + (z - l_{cl}^1)^2 \leq R_{cl}^2$ ,  $r^2 + (z - l_{cl}^2)^2 \leq R_{cl}^2$  для пузырькового шнура в области  $r \leq R_{cl}$ ,  $z \geq l_{cl}$  и для кластера в форме тора  $(r - R_{tor})^2 + (z - l_{cl})^2 \leq R_{circ}^2$ .

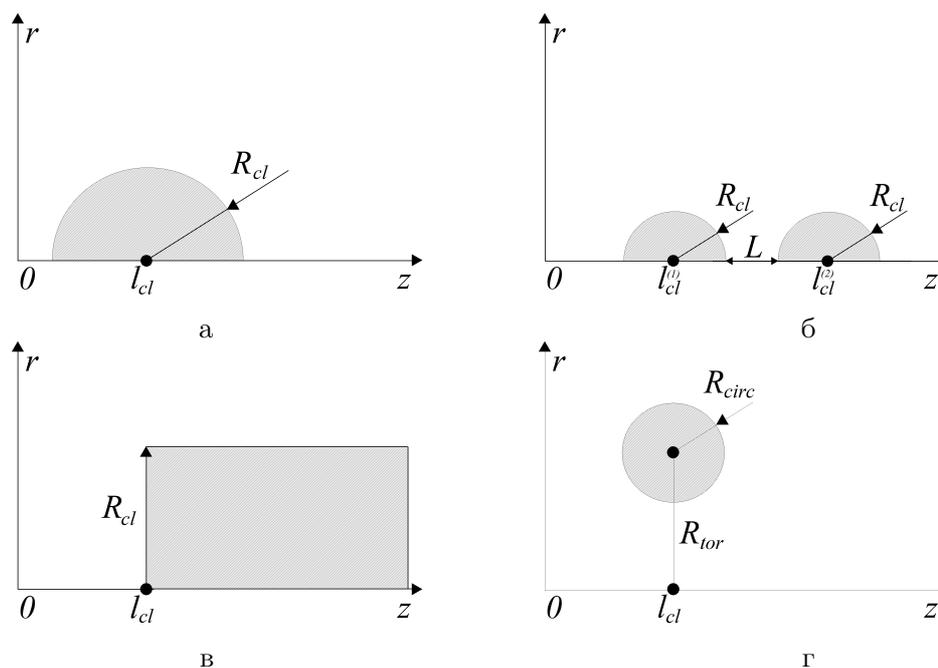


Рис. 2. Схема распределения доли газовой фазы в расчетной области: *a* — сферический кластер; *б* — последовательно расположенные сферические кластеры; *в* — пузырьковый шнур; *г* — кольцо

#### 4. Параллельная версия программы

Количество и геометрия пузырьковых кластеров определяют размер расчетной области и требуемое пространственное разрешение (количество расчетных ячеек) для определения максимального давления в области фокусировки и места расположения самой области фокусировки. Необходимость использования многопроцессорных вычислительных комплексов для вычисления параметров течения обусловлена в первую очередь большим объемом данных, которые требуют для размещения больше памяти, чем содержит один вычислительный узел.

Для распараллеливания алгоритма рассматриваемой задачи применен метод геометрической декомпозиции на вычислительной системе с распределенной памятью МВС 1000 с использованием SPMD-модели вычислений [18; 19]. Такой выбор способа декомпозиции возможен, так как модифицированная модель Иорданского–Когарко–ван Вингардена позволяет игнорировать наличие пузырьков и считать среду однородной с особыми свойствами состояния, описываемого уравнением Релея. При этом система уравнений разбивается на две подсистемы, связь между которыми осуществляется только через вычисление давления. Это облегчает контроль над работой схемы. Таким образом, схема решения задачи на одном шаге разбивается на два этапа.

На первом (газодинамическом) этапе вычисляются давление и плотность, затем определяются осевая и радиальная компоненты скорости. Расчет газодинамических уравнений ведется по явным схемам сквозного счета (без выделения особенностей) на 5-точечном шаблоне «крест». Выбор явной противоточковой схемы обусловлен ее надежностью, возможностью создания эффективного параллельного алгоритма и удобством контроля численных результатов.

На втором (кинетическом) этапе методом Рунге – Кутты – Мерсона 4-го порядка решается система обыкновенных дифференциальных уравнений. Так как график решения может иметь асимптоты, близкие к вертикальным, численное интегрирование уравнения Рэллея (3) производится по длине дуги.

Задача решена в аксиально-симметричной постановке,  $0 < z < z_{\max}$ ,  $0 < r < r_{\max}$ . Расчетная область задана в виде плоского прямоугольника в плоскости  $(r, Z)$ . В этой области находится пространство пузырькового кластера. В расчетной области задана равномерная прямоугольная сетка размером  $K_m * M_m$ . В узлах сетки определены значения каждого параметра задачи, хранящиеся в тринадцати массивах размерностью  $K_m * M_m$ . Расчетная область, включающая в себя пространство однородной среды и пространство пузырькового кластера, разрезается вдоль оси  $Z$  на полосы размером  $K_m/P * M_m$ , где  $P$  — количество процессоров вычислительной системы. Таким образом, расчетная область разрезается поперек фронта плоской ударной волны. Все массивы «разрезаются» на подмассивы в соответствии с разрезанием пространства.

После декомпозиции расчетной области по процессорам на каждом процессоре конструируется вычислительное пространство всего пузырькового кластера. Затем каждый компьютер «оставляет» себе для вычислений ту подобласть пространства кластера из смоделированной полной области, которая связана с соответствующей ему полосой расчетной области. Именно такой подход к декомпозиции пространства пузырькового кластера позволяет задавать любые размеры и конфигурации облака пузырьков.

Так как данные разрезаны на полосы и обмены данными во время счета производятся только между соседними полосами, то логическая топология вычислительной системы «линейка» достаточна для решения задачи. Полосы декомпозированной расчетной области распределяются по компьютерам последовательно в соответствии с номерами компьютеров. Полоса с наименьшими координатами узлов сетки располагается в нулевом компьютере, с большими координатами сетки — в первом компьютере, и т. д., с наибольшими координатами сетки — в последнем компьютере.

## 5. Результаты компьютерных экспериментов

Цель решения задачи о взаимодействии падающей плоской ударной волны с пузырьковыми кластерами состоит в нахождении определяющих факторов для процесса усиления и фокусировки кластером внешнего возмущения. Проведение крупномасштабных вычислительных экспериментов на суперЭВМ позволило получить зависимости эффекта усиления и расположения точки фокуса относительно границы кластер – жидкость от параметров задачи. В ходе компьютерных экспериментов осуществлен перебор основных возможных геометрических форм пузырькового кластера: сферической, тороидальной и цилиндрической. Анализ таких зависимостей позволяет регулировать акустический импульс выбором геометрии кластера и параметров пузырьковой среды.

Процесс формирования волнового поля в пузырьковом кластере и окружающей жидкости рассчитывался для следующего диапазона параметров. В ударной трубе радиусом  $r_{st} = 15-40$  см для расчетной области, ограниченной координатой  $z_{st} = 30-100$  см, рас-

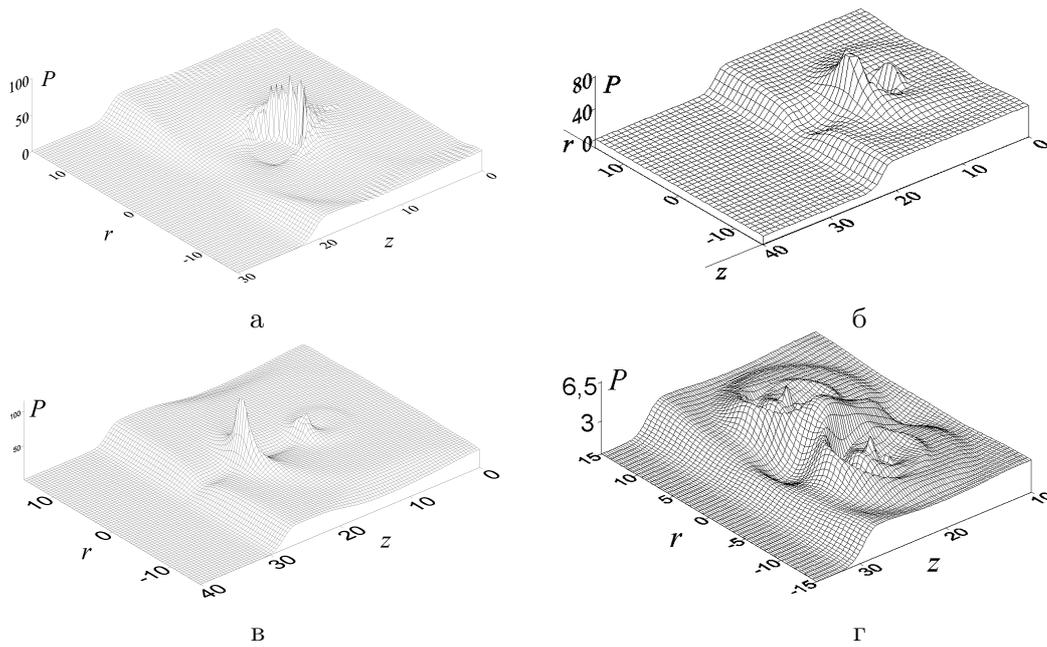


Рис. 3. Распределение давления при  $k_0 = 0,01$ ,  $p_{sh} = 30$  атм,  $R_0 = 0,01$  см,  $l_{cl} = 10$  см для момента времени  $t = 150$  мкс в случаях: *а* — сферического кластера  $R_{cl} = 5$  см; *б* — двух последовательно расположенных через промежуток  $L = 5$  см сферических пузырьковых кластеров  $R_{cl} = 2,5$  см; *в* — шнура  $R_{cl} = 1$  см; *г* — тора  $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 1$  см

сма тривался пузырьковый кластер размером  $R_{cl} = 0,5–7$  см с объемной концентрацией газовой фазы  $k_0 = 0,005–0,05$  и радиусами пузырьков  $R_0 = 0,01–0,4$  см, амплитуда падающей ударной волны изменялась в диапазоне  $P_{sh} = 1–12$  МПа.

## 6. Сфера

Рассмотрим результаты численного моделирования задачи о взаимодействии плоской ударной волны пузырьковым кластером сферической формы [20]. При обтекании кластера падающей ударной волной его возбуждение в различных точках поверхности происходит с запаздыванием. Наблюдается такая особенность волнового процесса, как «неклассический» тип фокусировки [11], которая сопровождается поглощением ударной волны в кластере пузырьками газа и последующим переизлучением. При этом наблюдается большой градиент давления вдоль фронта ударной волны. Объемная концентрация газовой фазы в кластере играет определяющую роль в эффекте усиления. С ростом удельной доли газовой фазы одновременно с ростом максимальной амплитуды давления в пятне фокусировки происходит сдвиг пятна к центру кластера.

При обтекании кластера падающей ударной волной из-за конечной скорости ее распространения в жидкости возбуждение кластера в различных точках его поверхности происходит с запаздыванием. В кластере формируется ударная волна как результат переизлучения поглощенной пузырьками преломленной волны. Эта ударная волна из-за относительно низкой скорости распространения и геометрии кластера будет принципиально отличаться от одномерного случая. Фронт ударной волны в кластере оказывается вогнутым, а давление вдоль фронта имеет сильный градиент. Последнее связано с неста-

ционарностью процесса формирования ударных волн в пузырьковой среде и с различием его фаз, которые в фиксированный момент времени оказываются распределенными вдоль фронта, что и определяет возникновение упомянутого градиента. На этом этапе во внутренней области кластера в связи с падением давления за фронтом преломленной волны, вызванным ее поглощением пузырьками, возникает волна разрежения, которая будет распространяться и в окружающую кластер жидкость. Как следует из расчета, несмотря на то, что фронт падающей ударной волны уже обогнул кластер, часть пузырьковой зоны, ограниченной криволинейным фронтом генерируемой пузырьками волны, в окрестности «дальней» границы кластера осталась невозбужденной. К этому моменту времени уже наблюдается начальная стадия усиления волны (рис. 3, *a*). К этому моменту зона фокусировки в кластере практически сформировалась, четко виден градиент давления вдоль криволинейного фронта в пузырьковой системе. В результате кластер генерирует в окружающую жидкость ударную волну типа «бора» с огибающей в виде параболы с максимумом давления на оси и довольно резким спадом вдоль ее «ветвей».

## 7. Два последовательно расположенных сферических кластера

Подробно рассмотрим динамику взаимодействия падающей ударной волны с двумя последовательно расположенными через промежуток  $L = 5$  кластерами. При  $t = 150$  мкс к моменту фокусировки волны в первом кластере плоская падающая ударная волна доходит до второго кластера, и начинается этап поглощения вторым кластером энергии падающей волны (см. рис. 3, *b*).

От первого кластера ко второму идет волна фокусировки, следом — разрежения. Во время поглощения вторым кластером энергии падающей волны в первом кластере возникает волна второй фокусировки.

Исследуем влияние расстояния между границами кластеров  $L$  на эффект усиления амплитуды давления при следующих параметрах:  $p_{sh} = 30$  атм.,  $r_{max} = 15$  см,  $z_{max} = 40$  см,  $l_{cl}^1 = 10$  см,  $R_{cl} = 2,5$  см,  $R_0 = 0,2$  см,  $k_0 = 0,01$ . Максимальная амплитуда давления в первом кластере очевидно равна максимуму давления в расчете для одиночного сферического кластера того же радиуса и не зависит от месторасположения второго кластера (кроме предельного случая  $L = 0$ ). Максимальная амплитуда давления во втором кластере выше максимума давления в первом на 5–9% и линейно зависит от расстояния между кластерами (рис. 4, *a*).

Рассмотрим подробнее эффект усиления при различных объемных долях газовой фазы в кластере  $k_0$ . Выбор  $k_0$  в качестве варьируемого параметра обусловлен существенной зависимостью усиления волн в пузырьковых средах от объемной доли газовой фазы. Определим месторасположение центра второго кластера  $l_{cl}^2 = 20$  см, тогда расстояние между границами кластеров равно 5 см. Максимальная амплитуда давления в первом кластере очевидно равна максимуму давления в расчете для одиночного сферического кластера того же радиуса при том же значении удельной доли газовой фазы. Значение амплитуды давления в момент прохождения ее через границу первого кластера в точке  $z = 12,5$  см демонстрирует давление на выходе из первого кластера,

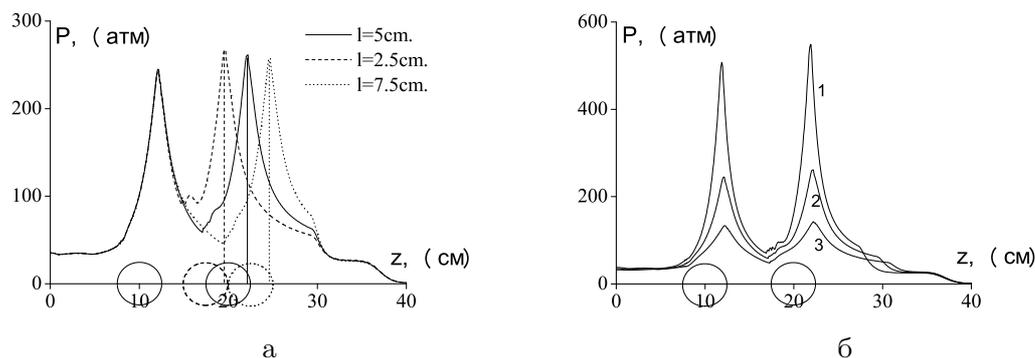


Рис. 4. Распределение максимумов амплитуды давления при различных расстояниях между границами кластеров (а) и различных объемных долях газовой фазы (б), где 1 —  $k_0=0,01$ ; 2 —  $k_0=0,02$ ; 3 —  $k_0=0,005$

а следовательно, и амплитуду падающей на второй кластер волны. С ростом объемной концентрации газовой фазы  $k_0$  растет как максимальная амплитуда давления в первом и втором кластерах, так и эффект усиления. На рис. 4, б хорошо виден эффект сдвига пятен фокусировки к центру кластеров с ростом удельной доли газовой фазы.

Таким образом, результаты расчетов задачи о взаимодействии плоской ударной волны с двумя последовательно расположенными сферическими пузырьковыми кластерами показывают, что с ростом объемной концентрации газовой фазы растет как максимальная амплитуда давления в первом и втором кластерах, так и эффект усиления. Максимальная амплитуда давления во втором кластере выше максимума давления в первом на 5–9% и растет по мере уменьшения расстояния между кластерами. В предельном случае плотно сдвинутых кластеров эффект усиления максимален. Полученные результаты позволяют говорить о росте амплитуды ударной волны при ее прохождении через последовательность кластеров.

## 8. Шнур

В результате численного исследования структуры и динамики волнового поля, генерируемого в гидродинамической ударной трубе пузырьковой системой в виде аксиального пузырькового цилиндра (шнура), показано, что в шнуре и в окружающей жидкости формируется квазистационарная ударная волна [21]. В зоне схлопывания пузырьков в среде зарождаются интенсивные пульсации давления, в результате чего в среде в целом формируется уединенный импульс давления с тонкой структурой ядра ударной волны, вслед за которым возникает фаза разрежения, и наблюдается зарождение следующей пульсации (см. рис. 3, в). Внутри шнура возникает зона фокусировки с криволинейным фронтом ударной волны, существующая даже в тонком пузырьковом шнуре и коррелирующая с вогнутой областью минимальных радиусов пузырьков. Динамика распределения давления выводит процесс на некоторую асимптотику — формирование квазистационарного импульса давления на фоне падающей волны. Максимальная амплитуда результирующей волны, определяемая параметрами задачи, увеличивается с увеличением радиуса шнура и объемной концентрации газовой фазы.

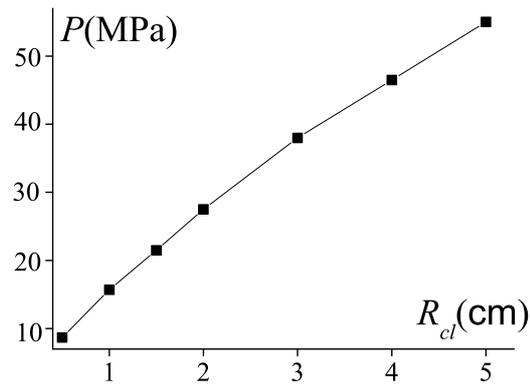


Рис. 5. Зависимость амплитуды квазистационарной волны от радиуса пузырькового шнура

Расчеты на персональном компьютере не позволяют получать данные о выходе на стационарное распределение амплитуды результирующей волны для больших радиусов шнура, больше 3 см. Это обусловлено тем, что чем тоньше шнур, тем быстрее происходит формирование квазистационарной ударной волны в пузырьковом шнуре. На рис. 5 приведен график зависимости максимума результирующей волны от радиуса шнура, полученный в результате анализа расчетов, проведенных на суперЭВМ. Из графика видно, что с ростом радиуса шнура происходит достаточно существенное увеличение амплитуды результирующей волны.

## 9. Кольцо

Ряд интересных результатов получен в ходе исследования динамики полей давления и скоростей для задачи о взаимодействии плоской ударной волны с пузырьковой системой тороидальной формы, в результате которого в жидкости формируется сходящаяся стационарная осциллирующая ударная волна (см. рис. 3, *г*). Взаимодействие преломленной волны с пузырьковой системой приводит к ее фокусировке внутри кластера и усилению, уровень которого определяется параметрами системы и радиусом сечения тора. Усиленная кластером ударная волна переизлучается в окружающую жидкость, причем отражение волны от оси носит нерегулярный характер. Генерируемая тороидом в жидкости ударная волна имеет осциллирующий профиль, характерный для пузырькового источника, с затухающими по амплитуде максимумами; фокусировка такой ударной волны приводит к последовательному формированию на оси цепочки маховских дисков.

В ходе численных расчетов было показано [22], что для подобного типа волн ширина зоны осесимметричного нерегулярного отражения (маховского диска) конечна. При этом в диске четко выделяется зона высокого давления, которую можно определить как ядро диска Маха. Особенность исследуемого здесь процесса отражения состоит в том, что в силу осцилляционной структуры фокусирующейся волны ее последующие максимумы с системой изобар с возрастающим давлением взаимодействуют с отраженной волной и

«прижимают» ее к оси. Можно сказать, что в результате этого эффекта за диском Маха возникает зона относительного разрежения. Анализ структуры волнового поля показал, что по мере распространения маховского диска вдоль оси распределение давления на оси имеет четкий максимум, величина которого тем больше, чем выше концентрация газовой фазы. По мере удаления от плоскости тора, в его ближней зоне, наблюдается резкий рост давления в ядре диска Маха с усилением амплитуды волны в 6–7 раз. Основные закономерности кумуляции переизлученной тороидальной волны согласуются с экспериментальными данными для кольцевых ударных волн в гомогенных средах и с известными характеристиками кумуляции цилиндрической волны.

В результате использования супер-ЭВМ удалось уточнить полученные ранее результаты. Подробнее остановимся на трех расчетах с различными геометрическими параметрами тороидального облака пузырьков. Сравним результаты расчетов для радиуса тора  $R_{tor} = 6$  см, радиусов сечения  $R_{circ} = 1$  см и  $R_{circ} = 6$  см. В таблице указаны значения давления в ядре маховского диска для расчета на персональной ЭВМ (строки 1, 2) и многопроцессорной вычислительной системе (строка 3). Как видно из таблицы, максимальное значение амплитуды давления в ядре маховского диска, полученные в ходе счета на супер-ЭВМ, примерно на треть выше полученных на однопроцессорной машине.

$h$	$\tau$	$P (R_{tor} = 6 \text{ см}, R_{circ} = 1 \text{ см})$	$P (R_{tor} = 1 \text{ см}, R_{circ} = 1 \text{ см})$	$P (R_{tor} = 6 \text{ см}, R_{circ} = 6 \text{ см})$
0,1	0,0002	85,42	194,36	498,62
0,05	0,0001	99,37	228,99	659,26
0,0125	0,000025	127,04	308,72	1058,54

Амплитуда давления в ядре маховского диска зависит не столько от объема облака пузырьков, сколько от геометрических параметров кластера. Сравним максимальные значения давления в ядре маховского диска, приведенные в таблице. В последнем столбце приведены данные расчета для пузырькового кластера с параметрами  $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 6$  см. В этом случае волновая картина процесса схождения излученной ударной волны к оси носит принципиально другой характер. Для такой геометрической конфигурации тороидального облака пузырьков давление в ядре маховского диска превышает в 35 раз амплитуду взаимодействующей с тором волны. Таким образом, получаемое усиление в 8 раз больше, чем в случае взаимодействия с плоской ударной волной кластера с параметрами  $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 1$  см. При этом объем кластера больше только в 6 раз.

Анализ структуры волнового поля показал, что по мере распространения маховского диска вдоль оси динамика давления на оси оказывается немонотонной функцией расстояния от тора. При фиксированных параметрах течения распределение давления имеет четкий максимум, величина которого в основном определяется геометрическими параметрами тороидального облака пузырьков (рис. 6). По мере удаления от плоскости тора, в его ближней зоне, наблюдается резкий рост давления в ядре диска Маха с усилением амплитуды волны в 4–35 раз. В случаях, когда внутренняя граница тора смыкается в точку, резкий рост давления в ядре диска Маха сменяется резким спадом. Характер последующего поведения давления указывает на тенденцию к асимптотике,

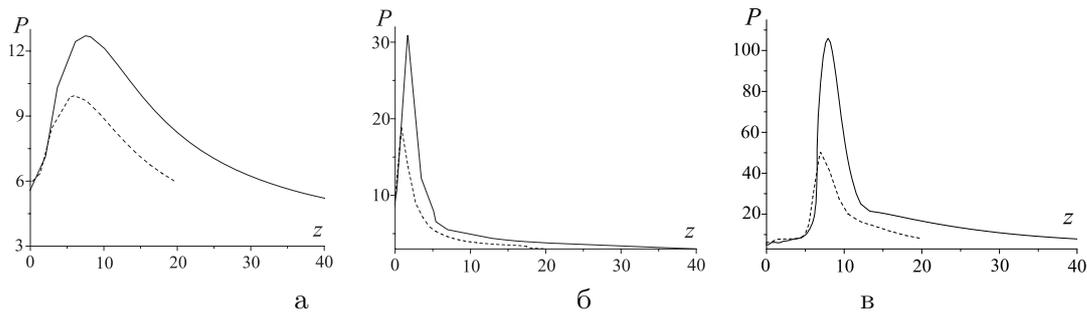


Рис. 6. Динамика давления на оси симметрии как функция расстояния от тора, полученная с помощью последовательного (кривая 1) и параллельного (кривая 2) алгоритмов для трех конфигураций:  $R_{tor} = 1$  см,  $R_{circ} = 1$  см (а),  $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 6$  см (б),  $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 6$  см (в)

при которой давления в ядрах маховского диска на расстоянии 20 см от тора практически выравниваются и все еще заметно превышают амплитуду взаимодействующей с тором волны. Графики на рис. 6 показывают динамику давления на оси как функцию расстояния от тора, полученную с помощью последовательного (кривая 1) и параллельного (кривая 2) алгоритмов, для трех рассматриваемых конфигураций облака пузырьков. Так как используемая схема первого порядка «размазывает» острые пики решения на несколько ячеек, то при некоторых геометрических параметрах пузырькового кластера значения максимальной величины давления на оси, найденные с использованием однопроцессорного и многопроцессорного вариантов программы, имеют значительные отличия. Расчеты с помощью параллельного алгоритма позволяют не только уточнить значение давления в ядре маховского диска, но и получить данные динамики давления на оси в дальней зоне кластера. Получение высоких значений амплитуды давления на значительных расстояниях от источника является одной из актуальных задач акустики. На расстоянии 40 см от плоскости тора давления в ядрах маховского диска превышают амплитуду взаимодействующей с тором волны в 1,5 ( $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 1$  см) и 2,5 раза ( $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 6$  см). Таким образом, на основе полученных данных можно сделать вывод, что случай равенства радиуса тора и сечения тора является наиболее эффективной конфигурацией тороидального облака пузырьков для получения направленного излучения максимальной амплитуды. Как видно из рис. 6, максимальные значения давления в ядре маховского диска на оси симметрии тора достигаются в чистой жидкости. Например, пик давления в ядре маховского диска в случае кластера с параметрами  $R_{tor} = 6$  см,  $R_{circ} = 6$  см находится на расстоянии 8 см от плоскости тора. Как видно из рисунков, расчеты, проведенные на супер-ЭВМ, отличаются большей точностью и шириной диапазона получаемых данных. Необходимо отметить, что для каждого размера задачи существует некоторый оптимальный размер вычислительной системы, наиболее эффективный для решения задачи при заданных параметрах.

### Выводы

Созданный комплекс программ для суперЭВМ позволяет принимать в рассмотрение пузырьковые кластеры разнообразной геометрии, в том числе цилиндрической, сферической, тороидальной и их комбинации. Используемая двухфазная математическая модель Иорданского–Когарко–ван Вингардена состоит из системы уравнений газовой динамики для средних характеристик течения ( $\rho, p, u$ ) и уравнения Релея для газового пузырька. Разработанный пакет программ реализован на супервычислительном комплексе МВС 1000. Использование созданного комплекса программ позволяет получить детальную картину областей кумуляции и нерегулярного отражения в ходе моделирования нестационарных задач волновой динамики пузырьковых сред. Таким образом, разработанный комплекс программ для решения задачи о взаимодействии плоской ударной волны со «свободной» пузырьковой системой в аксиально-симметричной постановке позволяет оптимизировать набор параметров течения для генерации направленного излучения заданной интенсивности.

На основании результатов расчетов можно заключить, что с точки зрения принципов создания источников мощного акустического импульса пассивный пузырьковый кластер, возбуждаемый ударной волной, является активной средой, способной поглощать, усиливать и переизлучать внешнее возмущение в виде мощного акустического сигнала. Расположение точки фокуса относительно границы кластер–жидкость и, следовательно, возможность практически исключить поглощение кластером им самим же генерируемой волны могут регулироваться выбором геометрии кластера и объемной концентрации газовой фазы.

Автор выражает благодарность проф. Валерию Кирилловичу Кедринскому за постановку задачи и интерпретацию данных компьютерных экспериментов, проф. Виталию Андреевичу Вшивкову за определяющее участие в разработке численной модели и обсуждение результатов расчетов.

### Список литературы

1. *Иорданский С. В.* Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа // ПМТФ. 1960. № 3. С. 102–110.
2. *Кедринский В. К.* Распространение ударных волн в жидкости, содержащей пузырьки газа // ПМТФ. 1968. № 4. С. 29–34.
3. *Кедринский В. К.* Распространение возмущений в жидкости, содержащей пузырьки газа: Дис. . . . канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1968.
4. *Когарко Б. С.* Об одной модели кавитирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1961. Т. 137, № 6. С. 1331–1333.
5. *Когарко Б. С.* Одномерное неустановившееся движение жидкости с возникновением и развитием кавитации // Докл. АН СССР. 1964. Т. 155, № 4. С. 779–782.
6. *Ляхов Г. М.* Ударные волны в многокомпонентных средах // Изв. АН СССР. Сер. «Механика и машиностроение» 1959. № 1. С. 20–25.

7. Паркин Б. П., Гилмор Ф. Р., Броуд Г. Л. Ударные волны в воде с пузырьками воздуха. Подводные и подземные взрывы. М.: Мир, 1974. С. 152–258.
8. Campbell I. J., Pitcher A. S. Shock Waves in a Liquid Containing Gas Bubbles // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1958. Vol. 243. No. 1235. P. 534–545.
9. Van Vijnngaarden L. On the Equations of Motion for Mixtures of Liquid and Gas Bubbles // J. Fluid Mech. 1968. Vol. 33. P. 465–474.
10. Кедринский В. К. Ударные волны в жидкости с пузырьками газа // Физика горения и взрыва. 1980. № 5. С. 14–25.
11. Кедринский В. К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
12. Донцов В. Е., Накоряков В. Е. Волны давления в газожидкостной среде с расслоенной структурой жидкость — пузырьковая смесь // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 4. С. 102–107.
13. Донцов В. Е. Распространение волн давления в газожидкостной среде кластерной структуры // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 3. С. 50–60.
14. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1987.
15. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990.
16. Нигматуллин Р. И. и др. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Докл. РАН. 2001. Т. 378, № 6. С. 763–768.
17. Kedrinskiy V. K. Hydrodynamic Aspects of Explosive Volcanic Eruptions // Int. Conf. on the Methods of Aerophysical Research, Abstr. Pt II / Ed. by V. M. Fomin. Novosibirsk: Parallel, 2010. P. 149–150.
18. Вишневков В. А., Лазарева Г. Г., Корнеев В. Д. Численное моделирование усиления ударных волн в пузырьковом шнуре на суперЭВМ // Вычислительные методы и программирование. 2007. Т. 8. С. 225–232.
19. Vshivkov V. A. et al. Implementation of the Algorithm Solution of Model for Two-Phase Cluster in Liquids // Bull. of the Novosibirsk Comp. Center. 2005. Vol. 22. P. 51–67.
20. Кедринский В. К. и др. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Докл. РАН. 2001. Т. 381, № 6. С. 773–776.
21. Кедринский В. К., Вишневков В. А., Лазарева Г. Г. Формирование и усиление ударных волн в пузырьковом «шнуре» // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 5. С. 46–52.
22. Кедринский В. К. и др. Фокусировка осциллирующей ударной волны, излученной тороидальным облаком пузырьков // ЖЭТФ. 2004. Т. 125, вып. 6. С. 1302–1310.

Материал поступил в редколлегию 23.12.2010

#### Адрес автора

ЛАЗАРЕВА Галина Геннадьевна

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
пр. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия  
e-mail: lazareva@ssd.sccc.ru