

А. А. Васильев

## ВОЛНА ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ВОДА-ЛЕД КАК ВОЛНА «ГОРЕНИЯ»

Процесс фазового перехода вода-лед сопровождается выделением энергии и может быть рассмотрен как пример системы с положительным энерговыделением, типичным для процессов горения и детонации в горючих смесях. Тогда в столбе переохлажденной жидкости как аналоге длинного цилиндрического заряда взрывчатого вещества возможно распространение самоподдерживающейся волны конденсации вдоль заряда, возбужденной, например, ударно-волновым воздействием по торцу. Такая волна конденсации является аналогом волны нормального горения, распространяющейся по заряду реагирующей смеси.

*Ключевые слова:* фазовый переход, фронт конденсации, фронт нормального пламени, дефлаграция, детонация, ударная адиабата, адиабата энерговыделения.

Из курса общей физики (например, [1]) известно, что при определенных условиях вода может находиться в состоянии неустойчивого равновесия, именуемом переохлажденной жидкостью (рис. 1, участок LB). При ударно-волновом воздействии на зародыши кристаллизации в такой среде наблюдается фазовый переход из жидкой фазы в твердофазное кристаллическое состояние. Подобные процессы наблюдаются, например, в верхних слоях атмосферы при обледенении летательных аппаратов при их движении сквозь облако переохлажденного водяного пара.

Процесс фазового перехода вода-лед сопровождается выделением энергии и может быть рассмотрен как пример системы с положительным энерговыделением, типичным для процессов горения и детонации в реагирующих смесях. Тогда в столбе переохлажденной жидкости как аналоге длинного цилиндрического заряда взрывчатого вещества возможно распространение волны конденсации вдоль заряда, возбужденной, например, ударно-волновым воздействием по торцу (рис. 2). Такая волна конденсации является аналогом волны нормального горения, распространяющейся по заряду горючей смеси.

Рассмотрение процесса распространения волны конденсации можно провести на основе законов сохранения массы, импульса и энергии, используемых при описании распространения волн горения и детонации в реагирующих смесях (записываемых в системе фронта волны для двух произвольных сечений трубки тока постоянного сечения):

$$\rho_0 v_0 = \rho v, \quad (1)$$

$$P_0 + \rho_0 v_0^2 = P + \rho v^2, \quad (2)$$

$$H_0 + v_0^2/2 = H + v^2/2 + Q, \quad (3)$$

где  $v_0$  и  $v$  — скорости втекающего и вытекающего потоков относительно фронта в выбранных сечениях,  $\rho$  — плотность потока,  $P$  — давление,  $H$  — энтальпия,  $Q$  — удельное

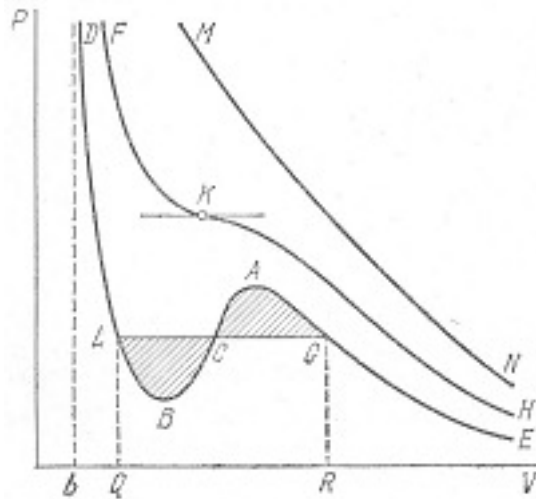


Рис. 1. Типичные изотермы газа Ван-дер-Ваальса

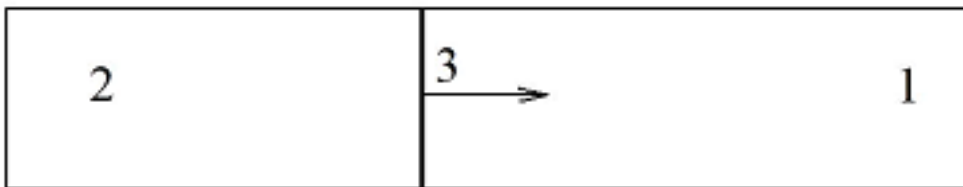


Рис. 2. Пример распространения волн конденсации: 1 — переохлажденная вода; 2 — лед; 3 — фронт волны конденсации

энерговыведение смеси [2]. При известных параметрах начального состояния  $(\rho_0, P_0, H_0)$  для определения неизвестных  $(v_0, \rho, v, P, H, Q)$  необходимы дополнительные уравнения. Одним из них является уравнение состояния среды. Для воды в качестве такового чаще всего используется уравнение Тэта [3]

$$P/P_0 = B [(\rho/\rho_0)^{7,15} - 1].$$

Для наглядности математических выкладок последнее уравнение обычно представляется в виде

$$P = A\rho^n,$$

тогда энтальпия выражается дополнительным соотношением в виде формулы

$$H = \frac{n}{n-1} \frac{P}{\rho}. \tag{4}$$

Уравнения для фиксированной скорости волны  $v_0$  дают уравнение прямой в плоскости  $(P, V)$  — ее называют прямой Михельсона–Рэлея:

$$\frac{P - P_0}{V - V_0} = -\rho_0^2 v_0^2. \tag{5}$$

Для наглядности вычислений обычно полагается, что  $Q = \text{const}$ ,  $n = \text{const}$ , тогда уравнение энергии (3) после преобразований с учетом (4) записывается в виде функции

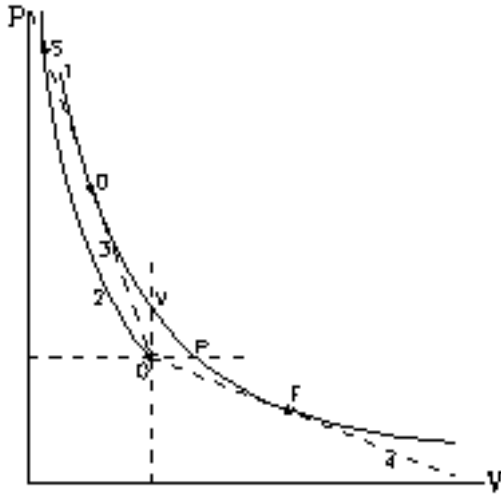


Рис. 3. Типичная  $(P-V)$ -диаграмма горючей смеси и ее продуктов на плоскости  $PP-V$  (давление — удельный объем)

онального соотношения  $P_Q = F(V, Q)$ , называемого адиабатой энерговыделения:

$$\left(\frac{P}{P_0} + \frac{n-1}{n+1}\right) \left(\frac{V}{V_0} - \frac{n-1}{n+1}\right) = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 + 2\frac{n-1}{n+1} \frac{Q}{P_0 V_0}. \quad (6)$$

При  $Q = 0$  получаем уравнение ударной адиабаты  $P_{SW} = F(V)$ .

Адиабата энерговыделения  $P_Q$  представляет собой гиперболу, сдвинутую относительно точки исходного состояния  $O$  так, что точка  $O$  лежит вне гиперболы (рис. 3). Адиабата энерговыделения  $P_Q$  (линия 1 на рис. 3) состоит из сверхзвуковой детонационной ветви (в квадранте левее и выше точки  $O$ ) и дозвуковой дефлаграционной ветви (в квадранте правее и ниже точки  $O$ ). Из точки  $O$  к данной гиперболе можно провести множество прямых. Существуют три варианта взаимного расположения адиабаты энерговыделения  $P_Q$  и отдельной прямой: а) пересечения нет; б) есть пересечение в двух точках; в) осуществляется касание прямой и адиабаты.

Из начальной точки  $O$  можно провести две касательные: одна будет характеризовать минимальную скорость сверхзвуковой детонации (точка  $D$ ),

$$D_D \approx \sqrt{2(n^2 - 1)Q}, \quad (7)$$

вторая (точка  $F$ ) — максимальную скорость дозвукового горения

$$D_{df} = nP_0/\rho_0 D_D. \quad (8)$$

Соотношения (7) и (8) получаются из совместного решения уравнений (5) и (6) для упомянутого случая (в) — поиск точек касания. Для газовых смесей, когда  $n \equiv \gamma = c_p/c_v$ , последнее соотношение дает  $D_{df} D_D = c_0^2$  ( $c_p$  и  $c_v$  — теплоемкости,  $c_0$  — скорость звука).

Состояния смеси без реакции характеризуется ударной адиабатой  $P_{SW}$  (линия 2 на рис. 3).

Рассмотрим подробнее дозвуковую ветвь адиабаты  $P_Q = F(V, Q)$ . Законам сохранения удовлетворяют любые скорости распространения пламени — от низкоскоростного режима нормального пламени, определяемого процессами теплопроводности и диффузии, до максимальной скорости турбулентного горения, определяемой условием касания

к нижней дефлаграционной ветви адиабаты энерговыделения. С математической точки зрения режим нормального пламени определяется из решения уравнений нестационарной теплопроводности для системы с энерговыделением

$$c_P \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad} T - c_P \rho u_n T) + q',$$

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $u_n$  — скорость потока (для неподвижного потока равная скорости фронта нормального пламени),  $q'$  — удельная (на единицу объема) плотность потока энергии от теплового источника в единицу времени. Закон энерговыделения при сгорании смеси — важнейшее звено при решении этого уравнения, определяемое законами химической кинетики. Ламинарному горению с минимальной скоростью соответствует состояние, близкое к точке  $P = \text{const}$ , максимальная скорость дефлаграции (точка касания  $F$ ) соответствует турбулентному горению. Например, для большинства смесей газообразных углеводородных топлив с воздухом скорость нормального пламени составляет величину примерно 0,3 м/с, а максимальная скорость турбулентного горения — около 60 м/с. Для водородно-воздушных смесей в силу значительно большего коэффициента диффузии скорости более высокие: около 3 м/с для ламинарного и около 70 м/с для турбулентного горения. Для приближенных оценок можно воспользоваться величиной 20 как соотношением между скоростями турбулентного и ламинарного горения. Отметим, что турбулентная скорость пламени определяется условием касания к дозвуковой ветви адиабаты  $P_Q = F(V, Q)$  и определяется достаточно точно в отличие от скорости нормального горения.

### 1. «Теплопроводная» оценка

В рамках плоской задачи о замерзании поверхности воды, соприкасающейся с морозным воздухом, толщина  $x$  образовавшегося льда в зависимости от времени  $t$  определяется формулой

$$x = \sqrt{\frac{2\lambda \cdot \Delta T \cdot t}{\rho q}},$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности льда,  $\rho$  — плотность льда,  $q$  — удельная теплота плавления льда,  $\Delta T$  — перепад температур между льдом и воздухом. Например, при 10-градусном морозе толщина льда составит  $\approx 11,3$  см/сутки [1. С. 175], что дает среднюю скорость движения фронта конденсации  $V_{\text{фк}} \approx 1,3 \cdot 10^{-6}$  м/с, что на много порядков меньше скорости теплового движения молекул  $\text{H}_2\text{O}$ .

### 2. Оценка «волны горения»

При  $QA$  кал/г  $\approx 3,4 \cdot 10^5$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> и  $n=7,15$  получаем из (7) и (8) скорость «детонации»  $D_D \approx 5800$  м/с и максимальную скорость «дефлаграционного горения»  $D_{df} \approx 0,12$  м/с (скорость звука в воде  $c_0 = 1,5 \cdot 10^3$  м/с). Такие скорости перемещения легко фиксируются человеческим глазом. Видно, что «волновая» оценка скорости фронта конденсации превышает на много порядков «теплопроводную» оценку.

Поскольку  $D_{df}$  представляет максимальную скорость в диапазоне скоростей от нормального (ламинарного) пламени до турбулентного, то данная величина  $D_{df} \approx 0,12$  м/с с точки зрения фронта конденсации также является верхней границей, и скорость реального фронта конденсации по аналогии с «нормальным горением» будет ниже. Как отмечалось выше, для газовых смесей соотношение между скоростями турбулентного и ламинарного пламени составляет величину примерно 20. Для гетерогенной среды с фазовым переходом получить оценку подобного соотношения не удастся из-за отсутствия надежной теории зародышеобразования и его развития.

Если воспользоваться соотношением для однородных газовых смесей, то нижняя оценка скорости фронта конденсации должна быть на уровне 0,006 м/с (6 мм/с). Таким образом, используя аналогию энерговыделения при фазовом переходе как химическую энергию, обеспечивающую распространение волн горения и детонации в горючей смеси, получаем оценку для скорости фронта кристаллизации —  $V_{фк} = 12 - 0,6$  см/с. Экспериментальные скорости фронта конденсации составляют несколько (2–4) сантиметров в секунду, что следует признать хорошим соответствием с предложенной оценкой.

### Заключение

Если волну конденсации в переохлажденной жидкости рассмотреть как аналог волны нормального горения, распространяющейся по заряду горючей смеси, то скорость фронта конденсации по порядку величины совпадает со скоростью фронта «ламинарного пламени» — сантиметры в секунду.

### Список литературы

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. М., Наука, 1975. Т. 2: Термодинамика и молекулярная физика.
2. Щелкин К. И., Трошин Я. К. Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
3. Физика взрыва / Под ред. Л. П. Орленко. М.: Физматлит, 2002. Т. 1.

Материал поступил в редколлегию 15.07.2012

### Адреса авторов

ВАСИЛЬЕВ Анатолий Александрович

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

пр. Акад. Лаврентьева, 15, Новосибирск, 630090, Россия

e-mail: gasdet@hydro.nsc.ru