

О РОЛИ РЫНКА ЧАСТНОГО ДОЛГА В МОДЕЛИ СИДРАУСКИ

В статье рассматривается вопрос о влиянии рынка частного долга на динамику потребления, спроса на деньги и темпа инфляции на примере модели Сидрауски с конечным временным горизонтом, совершенным предвидением и гетерогенными домашними хозяйствами. Численно демонстрируется, что экономика с развитым рынком частного долга характеризуется супернейтральностью денег по отношению к уровню потребления домашних хозяйств, меньшим средним уровнем и волатильностью инфляции в экономике и большим уровнем благосостояния общества.

Ключевые слова: модель Сидрауски, рынок частного долга, спрос на деньги, инфляция.

Введение

Институт кредита зародился примерно в одно время с институтом денежного обращения и является неотъемлемой составляющей любой, даже самой примитивной, экономики. В связи с этим вопрос о роли долгового рынка в экономике является постоянным объектом изучения экономистов со времен формирования экономической теории как научной дисциплины. К настоящему моменту общепризнанной является значительная роль долгового рынка как инструмента финансирования инвестиций, в случае когда заемщиком выступает предприятие, и инструмента монетарной политики, когда заемщиком является государственный орган монетарной власти (например, центральный банк). Также очевидную важность долговой рынок имеет в качестве инструмента перераспределения частного потребления во времени, если рассматривать участие на данном рынке в любом качестве – заемщика или кредитора – домашних хозяйств. Эти три основных функции долгового рынка достаточно хорошо изучены на базе динамических моделей экономического роста, подробно описанных практически в любом современном учебнике по макроэкономике продвинутого уровня [1; 2]. При этом следует отметить, что рынок частного долга исследуется в основном лишь во взаимодействии с государственным или корпоративным сегментами, когда домашние хозяйства занимают или дают займы государству или предприятию соответственно. Вместе с тем интересным представляется также исследование вопросов динамики взаимодействия домашних хозяйств на долговом рынке исключительно между друг другом, т. е. рассмотрение рынка частного долга изолированно от корпоративного и государственного сегментов.

Изучение рынка частного долга на базе моделей экономического роста сдерживается тем фактом, что подавляющее большинство данных моделей основывается на гипотезе о репрезентативном домашнем хозяйстве, подразумевающей наличие в экономике единственного домашнего хозяйства либо множества идентичных домашних хозяйств. Безусловно, гипотеза о репрезентативном домашнем хозяйстве позволяет существенно упростить аналитические выкладки в модели, но в то же время она полностью исключает какое-либо взаимодействие между домашними хозяйствами, включая и сферу кредитования.

В рамках настоящей статьи мы откажемся от гипотезы об однородности домашних хозяйств и проанализируем динамику рынка частного долга на примере модели Сидрауски [3; 4] с гетерогенными домашними хозяйствами. Введение гетерогенных домашних хозяйств в модель Сидрауски существенно ее усложняет, вследствие чего анализ будет осуществляться численно. Выбор конечного вместо общепринятого бесконечного временного горизонта также обуславливается усложнением модели, связанной с включением в нее долгового рынка: как будет показано далее, в данной модели у домашних хозяйств отсутствуют стационарные уровни заимствований.

Нами показывается, что общество выигрывает от наличия развитого рынка частного долга: снижается средний уровень инфляции, а также волатильность приростов темпа инфляции, возникает супернейтральность денег по отношению к уровню потребления домашних хозяйств, в результате чего оно выравнивается во времени, что в совокупности приводит к росту общественного благосостояния. Напомним, что под супернейтральностью денег понимается отсутствие влияния изменения темпов роста денежной массы на реальные переменные в модели.

Формулировка модели

Рассматривается модель Сидрауски в дискретном времени с конечным временным горизонтом. В однопродуктовой экономике взаимодействуют два типа агентов: домашние хозяйства и государство. Каждое домашнее хозяйство будет состоять из одного потребителя, поэтому далее мы будем использовать эти понятия как синонимы. Для простоты анализа мы рассмотрим экономику обмена, в которой каждый потребитель в начале каждого периода времени наделяется запасом блага, которое можно либо потребить в данном периоде, либо продать другим потребителям за деньги, либо дать займы другим потребителям в денежном или натуральном виде. Государство в модели в каждый момент времени осуществляет одну из двух функций: обеспечивает экономику деньгами посредством денежных трансфертов потребителям либо изымает деньги из экономики посредством налогов, тем самым перераспределяя доходы потребителей. Общее количество потребителей в экономике предполагается равным N и неизменным во времени.

Будем предполагать, что ожидания потребителей относительно будущего являются совершенным предвидением, т. е. мы абстрагируемся от таких безусловно важных факторов, как неопределенность доходов, денежных трансфертов и наличие кредитного риска по выданным займам.

Всех потребителей в рамках данной модели мы разделим на два типа: H и L . Потребители типа H наделяются запасом блага в размере y^H , а потребители типа L – y^L . Пусть θ – доля потребителей типа H в общем количестве потребителей.

Функция полезности потребителя типа h , $h = L, H$, имеет вид

$$U^h(c_0^h, m_0^h, c_1^h, m_1^h, \dots) := \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^h)^t u^h(c_t^h, m_t^h),$$

где β^h – дисконтирующий множитель, $\beta^h := 1/(1 + \rho^h)$, и $\rho^h \geq 0$ – субъективная норма межвременного дисконта, аналог фридмановской внутренней ставки дисконтирования; u^h – моментальная функция полезности потребителя типа h ; c_t^h – потребление продукта потребителем типа h в момент времени t ; m_t^h – объем реальных денежных остатков, которыми располагает потребитель типа h в момент времени t ; т. е. $m_t^h := M_t^h / P_t$, где M_t^h – номинальные денежные остатки потребителя типа h и P_t – цена продукта, выраженная в денежных единицах.

Относительно моментальной функции полезности u^h мы будем пользоваться предположением, что она является вогнутой, дважды непрерывно дифференцируемой и для любых $c^h, m^h > 0$ выполнены следующие условия: $u_c^h, u_m^h > 0$, $u_{cc}^h, u_{mm}^h < 0$ ¹.

Бюджетное ограничение потребителя типа h в момент времени t можно записать следующим образом:

$$P_t c_t^h + M_t^h + B_t^h \leq P_t y^h + M_{t-1}^h + (1 + i_t) B_{t-1}^h + T_t^h,$$

где B_t^h – номинальный объем выданных / полученных займов ($B_t^h > 0 / B_t^h < 0$); i_t – номинальная процентная ставка, по которой осуществляется заимствование; T_t^h – номинальные денежные трансферты. Перепишем данное ограничение в показателях в реальном выражении:

¹ Здесь и далее используются следующие обозначения:

$$u_c^h := \frac{\partial u^h(c^h, m^h)}{\partial c}; \quad u_{cc}^h := \frac{\partial^2 u^h(c^h, m^h)}{\partial c^2}; \quad u_{cm}^h := \frac{\partial^2 u^h(c^h, m^h)}{\partial c \partial m};$$

$$u_m^h := \frac{\partial u^h(c^h, m^h)}{\partial m}; \quad u_{mm}^h := \frac{\partial^2 u^h(c^h, m^h)}{\partial m^2}.$$

$$c_t^h + m_t^h + b_t^h \leq y^h + \frac{P_{t-1}}{P_t} m_{t-1}^h + \frac{P_{t-1}}{P_t} (1 + i_{t-1}) b_{t-1}^h + \tau_t^h, \quad (1)$$

где $b_t^h := B_t^h / P_t$ – реальный объем выданных/полученных займов ($b_t^h > 0 / b_t^h < 0$) и $\tau_t^h := T_t^h / P_t$ – реальный объем денежных трансфертов.

Множитель P_{t-1}/P_t в уравнении (1) можно было бы записать в более привычном виде через темп инфляции:

$$\frac{P_{t-1}}{P_t} = \frac{1}{1 + \pi_{t-1}},$$

где $\pi_t := (P_{t+1} - P_t) / P_t$ – темп инфляции, однако мы сознательно оставили его в таком виде, поскольку при численном решении модели важно контролировать знак цен (чтобы они не были отрицательными), что невозможно сделать, если в качестве переменной использовать темп инфляции. Мы будем использовать темпы инфляции, рассчитанные через цены, в разделе 3 при анализе результатов численных расчетов по модели.

Балансовые ограничения. Поскольку запасы продукта, получаемые потребителями, можно потратить только в том периоде, в котором они получаются, следовательно, в экономике в целом должно выполняться балансовое ограничение по продукту:

$$\theta c_t^H + (1 - \theta) c_t^L = \theta y^H + (1 - \theta) y^L. \quad (2)$$

Предложение денег в рассматриваемой экономике в момент времени t формируется из денежной массы, имевшейся в периоде $t - 1$, и денежной эмиссии, осуществленной государством в периоде t :

$$M_t^S = M_{t-1}^S + T_t,$$

где M_t^S – денежная масса в момент времени t и $T_t := N(\theta T_t^H + (1 - \theta) T_t^L)$ – совокупный объем номинальных денежных трансфертов населению. Данное соотношение описывает процесс изменения *запаса* денег в экономике во времени. Пусть $M_t^D := N(\theta M_t^H + (1 - \theta) M_t^L)$ – совокупный спрос на номинальную денежную массу со стороны населения в момент времени t . Тогда балансовое ограничение на денежном рынке будет записываться как

$$M_t^D = M_t^S.$$

Будем предполагать, что $T_t = \mu_t M_{t-1}^S$, где μ_t – темп прироста денежной массы за период t . С учетом всего вышеизложенного баланс по деньгам в реальных подушевых показателях будет записываться как

$$\theta m_t^H + (1 - \theta) m_t^L = (1 + \mu_t) \frac{P_{t-1}}{P_t} (\theta m_{t-1}^H + (1 - \theta) m_{t-1}^L). \quad (3)$$

Баланс на долговом рынке выполнен, если совокупный объем выданных займов равен совокупному объему полученных займов:

$$\theta N B_t^H + (1 - \theta) N B_t^L = 0$$

или

$$\theta b_t^H + (1 - \theta) b_t^L = 0. \quad (4)$$

Равновесие. Задачу потребителя типа h , $h = L, H$, можно сформулировать следующим образом:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^T (\beta^h)^t u^h(c_t^h, m_t^h) \rightarrow \max_{\{c_t^h, m_t^h, b_t^h\}_{t=0}^T}; \\ & c_t^h + m_t^h + b_t^h \leq y^h + \frac{P_{t-1}}{P_t} m_{t-1}^h + \frac{P_{t-1}}{P_t} (1 + i_{t-1}) b_{t-1}^h + \tau_t^h, \\ & c_t^h, m_t^h \geq 0, \quad t = 0, \dots, T, \\ & m_{-1}^h = \bar{m}_{-1}^h, b_{-1}^h = 0, P_{-1} = \bar{P}_{-1}. \end{aligned}$$

Перед тем, как охарактеризовать ее решение, дадим ряд определений.

Определение 1. Траекторию $\{c_t^h, m_t^h, b_{t-1}^h\}_{t=0}^T$ будем называть *допустимой* при заданных $\{\tau_t^h, P_t, i_{t-1}\}_{t=0}^T$, если в любой момент времени t она удовлетворяет бюджетному ограничению (1).

Определение 2. Допустимую траекторию $\{\bar{c}_t^h, \bar{m}_t^h, \bar{b}_{t-1}^h\}_{t=0}^T$ будем называть *оптимальной* для потребителя типа h при заданных $\{\tau_t^h, P_t, i_{t-1}\}_{t=0}^T$, если для любой допустимой при этих же параметрах траектории $\{c_t^h, m_t^h, b_{t-1}^h\}_{t=0}^T$ выполнено:

$$\sum_{t=0}^T (\beta^h)^t (u^h(c_t^h, m_t^h) - u^h(\bar{c}_t^h, \bar{m}_t^h)) \leq 0.$$

Определение 3. Траекторию $\{\bar{c}_t^H, \bar{m}_t^H, \bar{b}_{t-1}^H, \bar{c}_t^L, \bar{m}_t^L, \bar{b}_{t-1}^L, \bar{P}_t, \bar{i}_{t-1}\}_{t=0}^T$ будем называть *равновесием* при заданных трансфертах $\{\tau_t^H, \tau_t^L\}_{t=0}^T$, если траектории $\{\bar{c}_t^H, \bar{m}_t^H, \bar{b}_{t-1}^H\}_{t=0}^T$ и $\{\bar{c}_t^L, \bar{m}_t^L, \bar{b}_{t-1}^L\}_{t=0}^T$ являются допустимыми при данных параметрах, оптимальными для потребителей и удовлетворяют балансовым ограничениям (2), (3) и (4).

Запишем теперь лагранжиан задачи потребителя:

$$L = \sum_{t=0}^T (\beta^h)^t u^h(c_t^h, m_t^h) + \sum_{t=0}^T \lambda_t \left(y^h + \frac{P_{t-1}}{P_t} m_{t-1}^h + \frac{P_{t-1}}{P_t} (1 + i_{t-1}) b_{t-1}^h + \tau_t^h - c_t^h - m_t^h - b_t^h \right).$$

Условия первого порядка данной задачи при $c_t^h, m_t^h > 0, t = 0, \dots, T$, и $b_t^h \neq 0, t = 0, \dots, T-1$, будут следующими:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^h} = (\beta^h)^t u_c^h(c_t^h, m_t^h) - \lambda_t = 0, t = 0, \dots, T;$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_t^h} = (\beta^h)^t u_m^h(c_t^h, m_t^h) + \frac{P_t}{P_{t+1}} \lambda_{t+1} - \lambda_t = 0, t = 0, \dots, T-1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_t^h} = \frac{P_t}{P_{t+1}} (1 + i_t) \lambda_{t+1} - \lambda_t = 0, t = 0, \dots, T-1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_T^h} = (\beta^h)^T u_m^h(c_T^h, m_T^h) - \lambda_T = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_T^h} = -\lambda_T \leq 0.$$

Из последнего условия следует, что $b_T^h = 0$. Первые же четыре условия мы можем переписать как

$$u_m^h(c_t^h, m_t^h) = u_c^h(c_t^h, m_t^h) - \frac{P_t}{P_{t+1}} \beta u_c^h(c_{t+1}^h, m_{t+1}^h), t = 0, \dots, T-1;$$

$$u_c^h(c_t^h, m_t^h) = \frac{P_t}{P_{t+1}} (1 + i_t) u_c^h(c_{t+1}^h, m_{t+1}^h), t = 0, \dots, T-1;$$

$$u_m^h(c_T^h, m_T^h) = u_c^h(c_T^h, m_T^h).$$

В отсутствие рынка долга решение задачи потребителя будет определяться 1 и 3-м выражениями. Отметим также, что при предположении о ненасыщаемости моментальной функции полезности потребителей в равновесии бюджетные ограничения выходят на равенства.

Распределение денежных трансфертов. Относительно величины подушевых денежных трансфертов мы будем пользоваться предположением, что они распределяются между потребителями поровну:

$$\tau_t^h = \mu_t \frac{P_{t-1}}{P_t} (\theta m_{t-1}^H + (1 - \theta) m_{t-1}^L), h = L, H.$$

Мы также будем предполагать, что потребители ничего не знают о связи своих денежных остатков и получаемых трансфертов, поэтому они воспринимают величину τ_t^h как данное.

Численный анализ модели

Определимся для начала с видом моментальной функции полезности. Пусть

$$u^h(c_t^h, m_t^h) = A^h \ln c_t^h + D^h \ln m_t^h,$$

где $A^h, D^h > 0, A^h + D^h \leq 1$.

Анализ влияния долгового рынка на экономику мы проведем посредством рассмотрения модели с заимствованиями и без них в трех случаях: потребители различаются по уровню дохода, по параметрам моментальной функции полезности и по норме межвременного дисконта. В рамках каждого из случаев мы рассмотрим по три подслучая, иллюстрирующих рост гетерогенности, при этом каждый из подслучаев будет рассмотрен с постоянным и переменным темпом роста денежной массы. Затем мы рассмотрим ситуацию с комплексной гетерогенностью потребителей. В каждом из случаев мы будем сравнивать благосостояние отдельных типов потребителей, а также общества в целом в ситуациях до и после введения долгового рынка. Под благосостоянием общества мы будем понимать суммарную полезность всех потребителей в течение всего временного горизонта, взвешенную по численности потребителей:

$$U^{SW} = \theta U^H + (1 - \theta) U^L = \theta \sum_{t=0}^T u^H(c_t^H, m_t^H) + (1 - \theta) \sum_{t=0}^T u^L(c_t^L, m_t^L).$$

В качестве временного горизонта модели выбрано $T = 50$, что, по нашему мнению, вполне достаточно для демонстрации основных результатов. Все расчеты производились в системе MATLAB посредством решения системы уравнений, характеризующих равновесие в модели.

Гетерогенность доходов. Специфицируем параметры модели следующим образом: $\theta = 0,1$, $\mu = 0,3$, $\beta^H = \beta^L = 0,95$, $A^H = A^L = 0,9$, $D^H = D^L = 0,01$, $m_{-1}^H = m_{-1}^L = 20$, $y^H = 100$ и, наконец, $y^L \in \{80, 50, 20\}$.

На рис. 1 представлены графики всех переменных модели при $y^L = 20$ ². Как видно, в данном случае введение долгового рынка позволяет домашним хозяйствам полностью выровнять потребление в течение всей жизни. Влияние на остальные переменные модели – денежные остатки и цены – незначительное. Изменение благосостояния потребителей с введением долгового рынка во всех трех случаях ($y^L = 80, 50$ и 20) пренебрежительно мало (изменение в относительном выражении меньше 0,001 %).

Рассмотрим теперь случай с переменным темпом роста денежной массы и в качестве значений параметра μ используем сгенерированную выборку³ равномерного распределения на интервале $[-0,3; 0,3]$. Как следует из рис. 2, отражающего равновесие модели при $y^L = 20$, колебания темпа роста денежной массы повлияли на все переменные, кроме потребления домашних хозяйств в экономике с заимствованиями, которое осталось на том же уровне, что и при постоянном μ . Таким образом, наличие долгового рынка в данном случае обеспечивает экономике супернейтральность денег по отношению к уровню потребления домашних хозяйств. На этот же факт можно также посмотреть с другой стороны: гипотеза перманентного дохода М. Фридмана в рассматриваемой модели справедлива только при наличии долгового рынка в экономике; деньги же сами по себе как средство перераспределения потребления во времени не обеспечивают сглаживания потребления от шоков в доходах домашних хозяйств. Следует также отметить некоторый рост благосостояния домашних хозяйств в связи с появлением возможности заимствования: при $y^L = 20$ мы имеем

$$\Delta^H \Big|_{y^L=20} = 0,005 \% ; \quad \Delta^L \Big|_{y^L=20} = 0,001 \% ; \quad \Delta^{SW} \Big|_{y^L=20} = 0,002 \% ,$$

где $\Delta^h = (U_b^h - U^h) / U^h$, $h = L, H, SW$. Вместе с тем при $y^L = 50$ и $y^L = 80$ данный рост пренебрежимо мал.

² На рис. 1 и далее для обозначения переменных, составляющих равновесие экономики с займами, используется нижний индекс b . Также на всех рисунках в целях визуализации мы отбрасываем темп инфляции в нулевом периоде ввиду его существенного отклонения от общей динамики инфляции.

³ Поскольку мы находимся в рамках модели с идеальным предвидением, темп роста денежной массы предполагается известным потребителям.

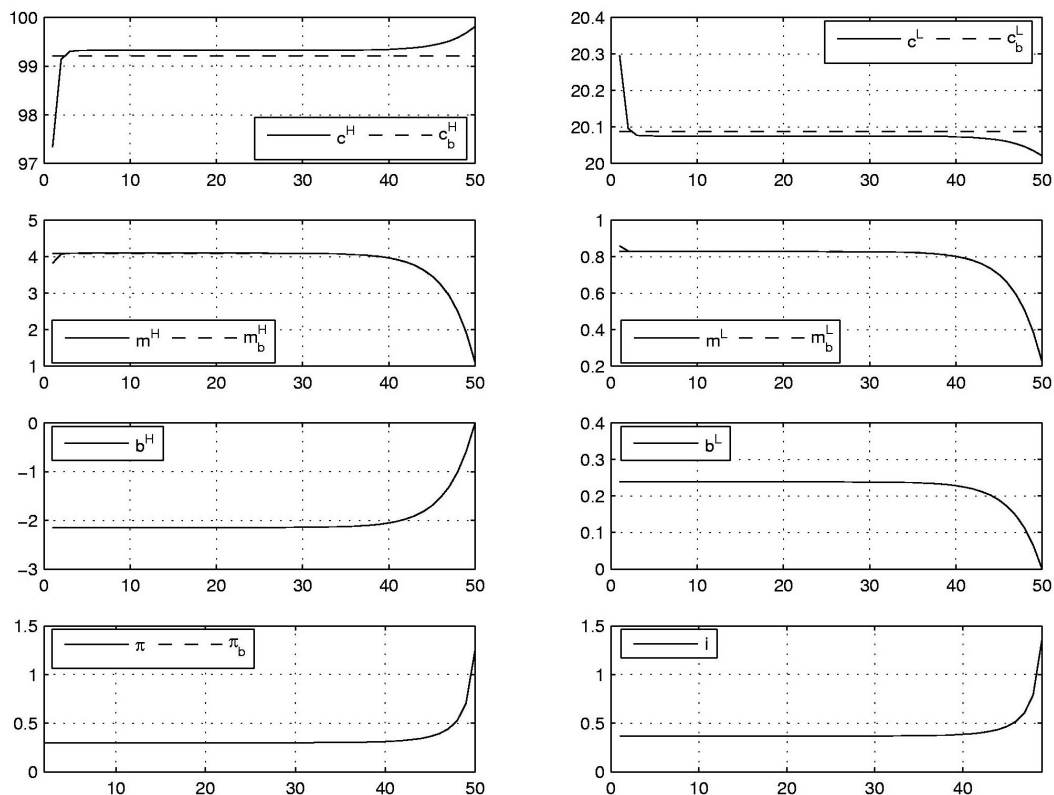


Рис. 1. Гетерогенные доходы, постоянный темп роста денежной массы

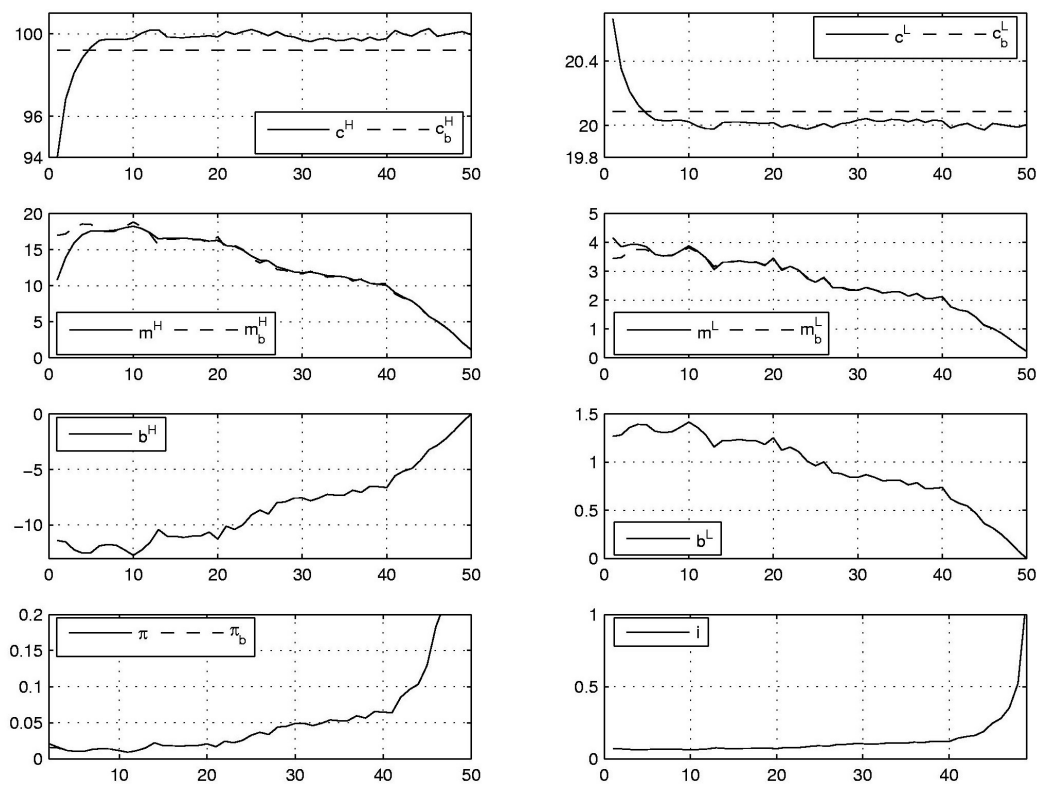


Рис. 2. Гетерогенные доходы, переменный темп роста денежной массы

Гетерогенность моментальной функции полезности. Пусть теперь $y^H = y^L = 100$, $D^H \in \{0,03, 0,06, 0,09\}$, а остальные параметры модели такие же, как в предыдущем случае.

Как видно из рис. 3, на котором отображено равновесие при $D^H = 0,09$, данная ситуация в целом сходна с предыдущим случаем при постоянном μ : потребление домашних хозяйств полностью выровнено во времени, в остальном отличие между соответствующими переменными незначительное, за исключением денежных остатков потребителей типа H , которые в модели с займами сразу выходят на стационарный уровень, тогда как в модели без займов потребителю требуется для этого шесть временных периодов. Некоторый прирост благосостояния в связи с введением долгового рынка наблюдается только у потребителей типа H : $\Delta^H|_{D^H=0,09} = 0,006\%$, у потребителей типа L и в обществе в целом рост благосостояния пренебрежимо мал.

Для случая с переменным μ используем ту же выборку из равномерного распределения. Динамика модели при $D^H = 0,09$ изображена на рис. 4. Здесь мы также наблюдаем эффект супернейтральности денег по отношению к потреблению домашних хозяйств и справедливость гипотезы перманентного дохода; все остальные переменные модели демонстрируют зависимость от изменений темпа роста денежной массы. Изменение благосостояния общества в данном случае уже относительно более существенно и оно растет с ростом гетерогенности:

$$\begin{array}{lll} \Delta^H|_{D^H=0,03} = 0,013\% ; & \Delta^L|_{D^H=0,03} = 0,001\% ; & \Delta^{SW}|_{D^H=0,03} = 0,002\% ; \\ \Delta^H|_{D^H=0,06} = 0,050\% ; & \Delta^L|_{D^H=0,06} = 0,001\% ; & \Delta^{SW}|_{D^H=0,06} = 0,006\% ; \\ \Delta^H|_{D^H=0,09} = 0,090\% ; & \Delta^L|_{D^H=0,09} = 0,004\% ; & \Delta^{SW}|_{D^H=0,09} = 0,013\% . \end{array}$$

Отметим также еще один интересный факт, который не видно на общем рисунке. Для этого на рис. 5 выведем отдельно график инфляции со второго по сороковой периоды⁴. Видно, что волатильность инфляции, обусловленная колебаниями темпов роста денежной массы, в экономике без долгового рынка выше, чем в экономике с заимствованиями. Численно данное наблюдение можно выразить через стандартное отклонение приростов темпа инфляции: в модели без займов оно составляет 0,702%, а в модели с займами – 0,493%. Отметим также, что в модели с займами волатильность инфляции одинакова при любых D^H из числа рассматриваемых, тогда как в модели без займов стандартное отклонение темпов инфляции при $D^H = 0,06$ составляет 0,613%, а при $D^H = 0,03$ равно 0,529%. Таким образом, в модели без займов волатильность инфляции с ростом гетерогенности возрастает.

Гетерогенность нормы межвременного дисконта. Зафиксируем снова все параметры на тех же уровнях, что и в предыдущем случае, кроме $D^H = D^L = 0,01$ и $\beta^L \in \{0,9, 0,85, 0,8\}$.

Равновесие при $\beta^L = 0,8$ изображено на рис. 6. Здесь мы видим существенно отличающуюся от предыдущих двух случаев картину. Изменив параметр, характеризующий межвременные предпочтения потребителей типа L , мы получили следующий результат: потребители типа H , характеризующиеся большим дисконтирующим множителем (меньшей нормой межвременного дисконта ρ), сдвинули свое потребление в пользу дальнего будущего, тогда как потребители типа L – в пользу настоящего и ближайшего будущего; аналогичная ситуация наблюдается с денежными остатками. Сдвиг потребления сопровождался следующим поведением потребителей на долговом рынке: потребители типа L очень сильно наращивают объем заимствований у потребителей типа H до уровня, практически в десять раз превышающего уровень доходов, а затем начинают его резко снижать, чтобы к концу жизни расплатиться с долгами. Ничего похожего на стационарный уровень заимствований в данном случае не наблюдается. Такое поведение позволяет потребителям типа L увеличить свое потребление в течение первых 8 временных периодов по сравнению с ситуацией без займов, при этом в последующие периоды наблюдается снижение потребления в связи с необходимостью обслуживания займов. Потребители же типа H , наоборот, жертвуют потреблением в первые 8 периодов времени в пользу потребления в последующие периоды. В итоге в связи со сдвигом

⁴ Мы ограничились сороковым периодом исключительно в целях визуализации. Выводы, которые делаются ниже, справедливы на всем временном горизонте за исключением нулевого периода.

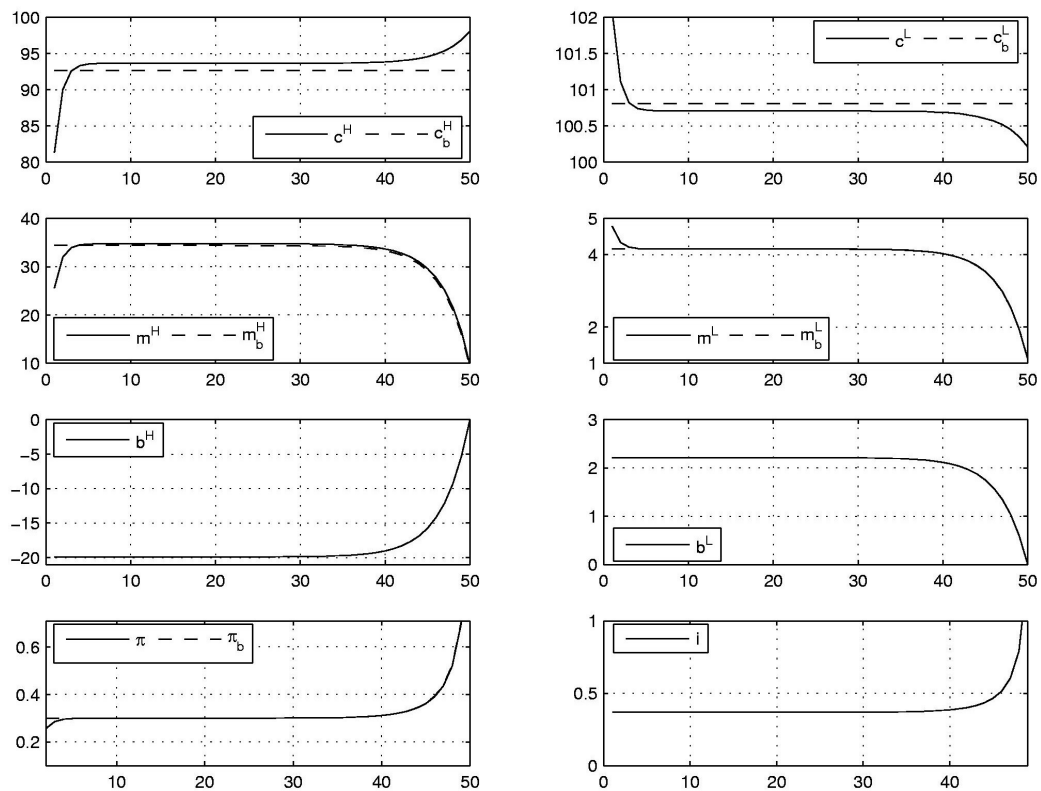


Рис. 3. Гетерогенная моментальная функция полезности, постоянный темп роста денежной массы

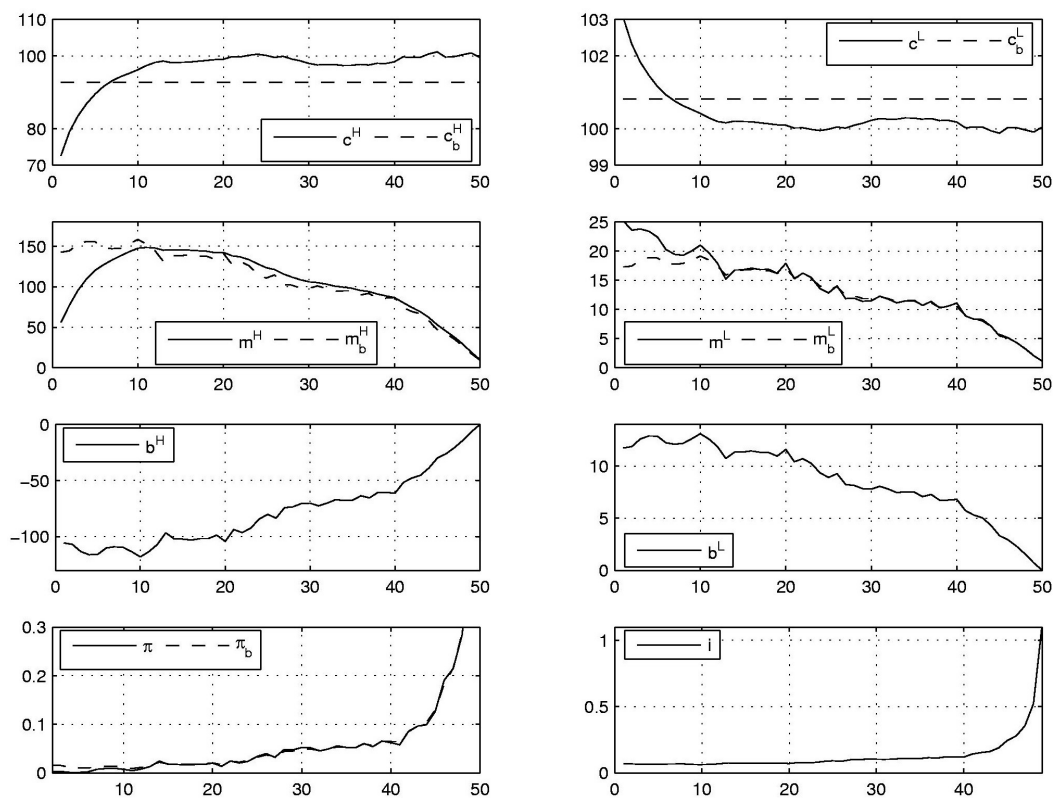


Рис. 4. Гетерогенная моментальная функция полезности, переменный темп роста денежной массы

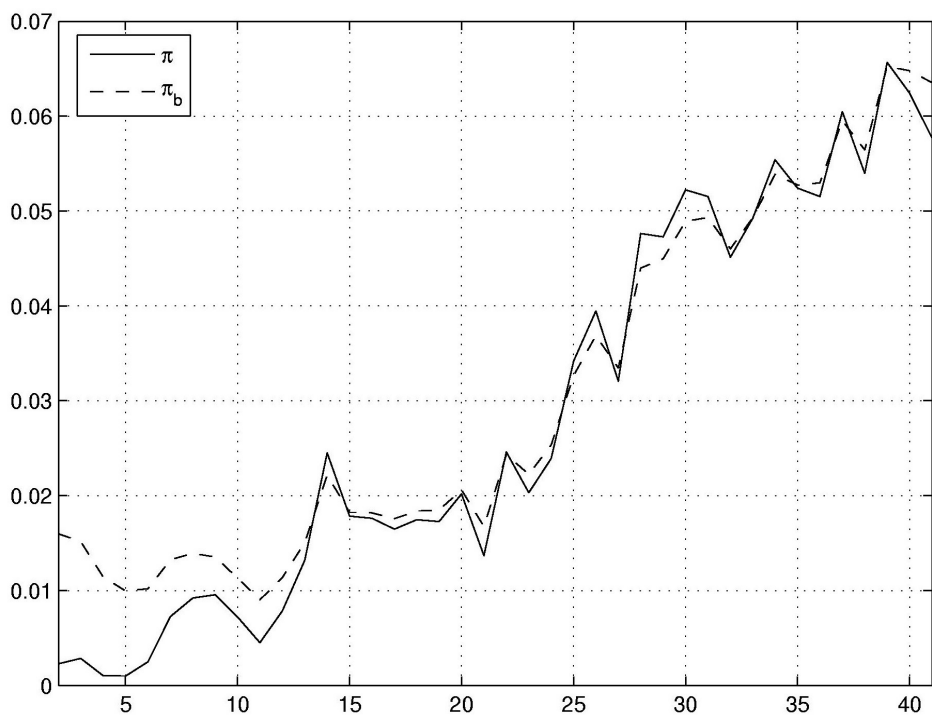


Рис. 5. Долговой рынок и волатильность инфляции

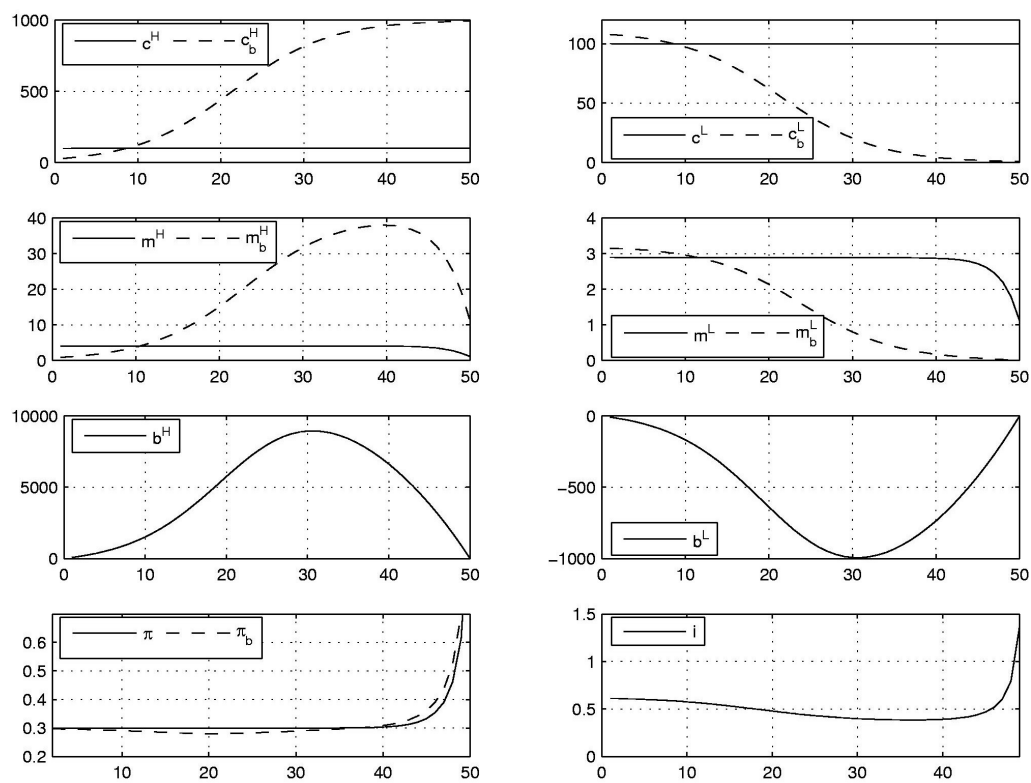


Рис. 6. Гетерогенная норма межвременного дисконта, постоянный темп роста денежной массы

во времени потребления общий уровень благосостояния в обществе возрастает, и чем больше сдвиг, тем больше выигрыш:

$$\begin{array}{lll} \Delta^H \Big|_{\beta^L=0,9} = 2,98 \% ; & \Delta^L \Big|_{\beta^L=0,9} = 0,05 \% ; & \Delta^{SW} \Big|_{\beta^L=0,9} = 0,55 \% ; \\ \Delta^H \Big|_{\beta^L=0,85} = 8,47 \% ; & \Delta^L \Big|_{\beta^L=0,85} = 0,23 \% ; & \Delta^{SW} \Big|_{\beta^L=0,85} = 2,17 \% ; \\ \Delta^H \Big|_{\beta^L=0,8} = 13,39 \% ; & \Delta^L \Big|_{\beta^L=0,8} = 0,46 \% ; & \Delta^{SW} \Big|_{\beta^L=0,8} = 4,22 \% . \end{array}$$

Также следует отметить, что в наибольшем выигрыше оказались потребители типа *H*. Тот факт, что у потребителей типа *L* с 9-го по 30-й периоды наблюдается снижение потребления, сопровождающееся ростом займов, объясняется следующим образом: домашним хозяйствам для того, чтобы обслуживать свои долги, нужно очень быстро снижать свое потребление, однако до определенного момента времени им выгодно рефинансировать свои долги, наращивая их и снижая при этом потребление не так резко.

Перераспределение потребления домашних хозяйств во времени в зависимости от величины параметра β^L проиллюстрировано на рис. 7.

Отметим также, что на рис. 6 мы наблюдаем превышение инфляции в модели без займов по сравнению с моделью с займами на протяжении 37 периодов и обратную картину на оставшемся временном горизонте. Данный факт обусловлен временным сдвигом структуры спроса на деньги: совокупный спрос общества на деньги возрастает в течение 37 периодов, а затем резко снижается. Средний (среднегеометрический) темп инфляции без учета нулевого и последнего периодов⁵ в модели без займов равен 31,4 % и 31,1 % в модели с займами (если учесть в расчете первый и последний периоды, отличие будет пренебрежительно малым).

В случае с переменным μ (рис. 8) мы снова наблюдаем супернейтральность денег по отношению к потреблению, а также частичную справедливость гипотезы перманентного дохода: потребление домашних хозяйств не зависит от шоков в доходах, однако уровень его непостоянен во времени, а перераспределен в соответствии с межвременными предпочтениями потребителей. Рост общественного благосостояния несколько ниже, чем он был при постоянном μ :

$$\begin{array}{lll} \Delta^H \Big|_{\beta^L=0,9} = 2,95 \% ; & \Delta^L \Big|_{\beta^L=0,9} = 0,05 \% ; & \Delta^{SW} \Big|_{\beta^L=0,9} = 0,54 \% ; \\ \Delta^H \Big|_{\beta^L=0,85} = 8,40 \% ; & \Delta^L \Big|_{\beta^L=0,85} = 0,22 \% ; & \Delta^{SW} \Big|_{\beta^L=0,85} = 2,15 \% ; \\ \Delta^H \Big|_{\beta^L=0,8} = 13,30 \% ; & \Delta^L \Big|_{\beta^L=0,8} = 0,44 \% ; & \Delta^{SW} \Big|_{\beta^L=0,8} = 4,18 \% . \end{array}$$

Так же, как и в случае с гетерогенной моментальной функцией полезности, введение в модель долгового рынка снижает волатильность инфляции: при $\beta^L = 0,9, 0,85$ и $0,8$ стандартное отклонение приростов темпа инфляции, рассчитанное на том же временном промежутке, что и в предыдущем случае, в модели без займов равно 0,659, 0,873 и 1,115 % соответственно, тогда как в модели с займами оно равно 0,627, 0,707 и 0,760 %. Помимо снижения волатильности, введение долгового рынка позволяет снизить средний уровень инфляции за рассматриваемый период (без учета нулевого и последнего периодов): при $\beta^L = 0,8$ данный уровень в модели без займов равен 3,5 %, тогда как в модели с займами он составляет 3,0 %.

Комплексная гетерогенность. Рассмотрим теперь ситуацию, когда потребители различаются между собой по совокупности параметров: $\theta = 0,1$, $\beta^H = 0,9$, $\beta^L = 0,85$, $A^H = A^L = 0,9$, $D^H = 0,09$, $D^L = 0,01$, $m_{-1}^H = m_{-1}^L = 20$, $y^H = 100$ и $y^L = 20$. Для параметра μ использовалась та же, что и ранее, выборка из равномерного распределения. При спецификации данных параметров мы отталкивались от предположения, что потребители, обладающие большим уровнем дохода, больше ценят свое свободное время, а значит, и транзакционные услуги денег, а потребители с меньшим уровнем дохода ценят свое потребление «сегодня» гораздо больше, чем «завтра», по сравнению с потребителями с большим уровнем дохода.

⁵ Зарождение и схлapyвание отношений между домашними хозяйствами в нулевом и последнем периодах соответственно ожидаемо характеризуется различными выбросами, анализ которых мы оставляем в стороне, концентрируясь на исследовании наиболее интересного с прикладной точки зрения промежуточного этапа.

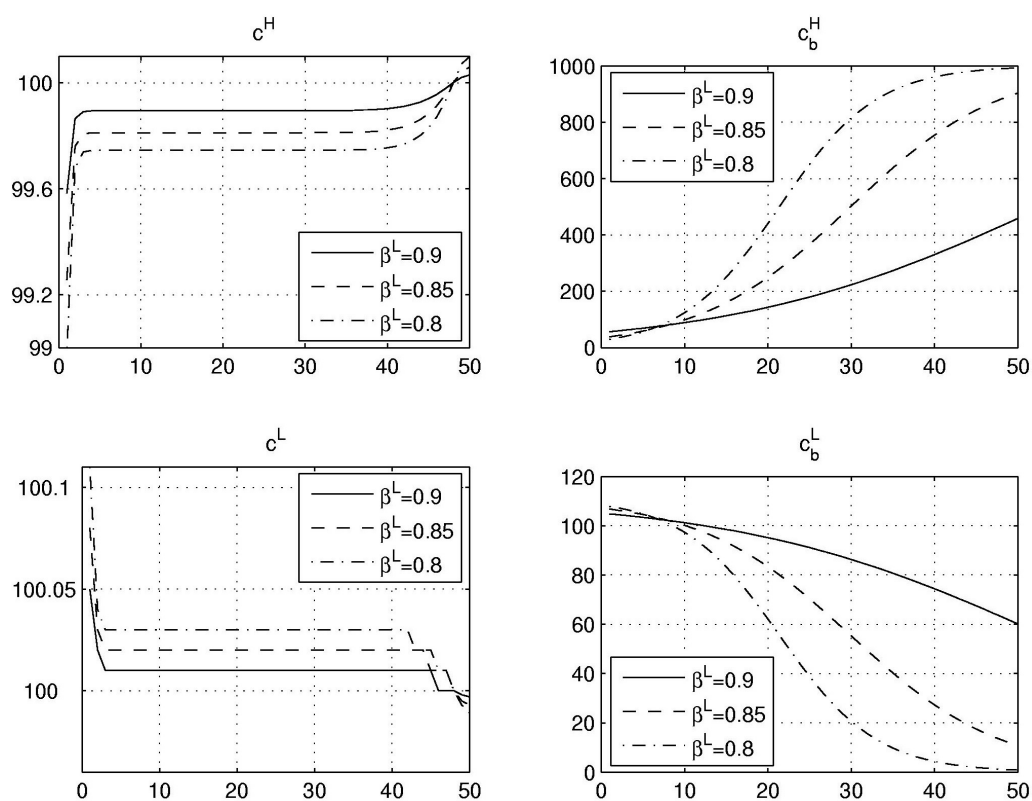


Рис. 7. Потребление домашних хозяйств в зависимости от величины β^L

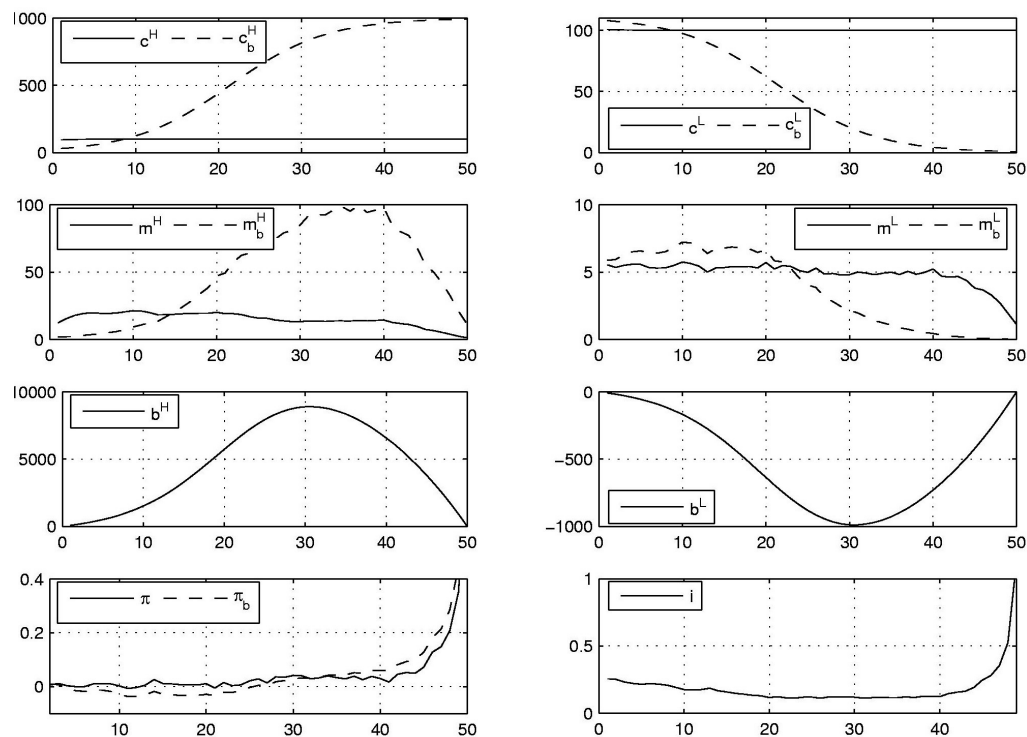


Рис. 8. Гетерогенная норма межвременного дисконта, переменный темп роста денежной массы

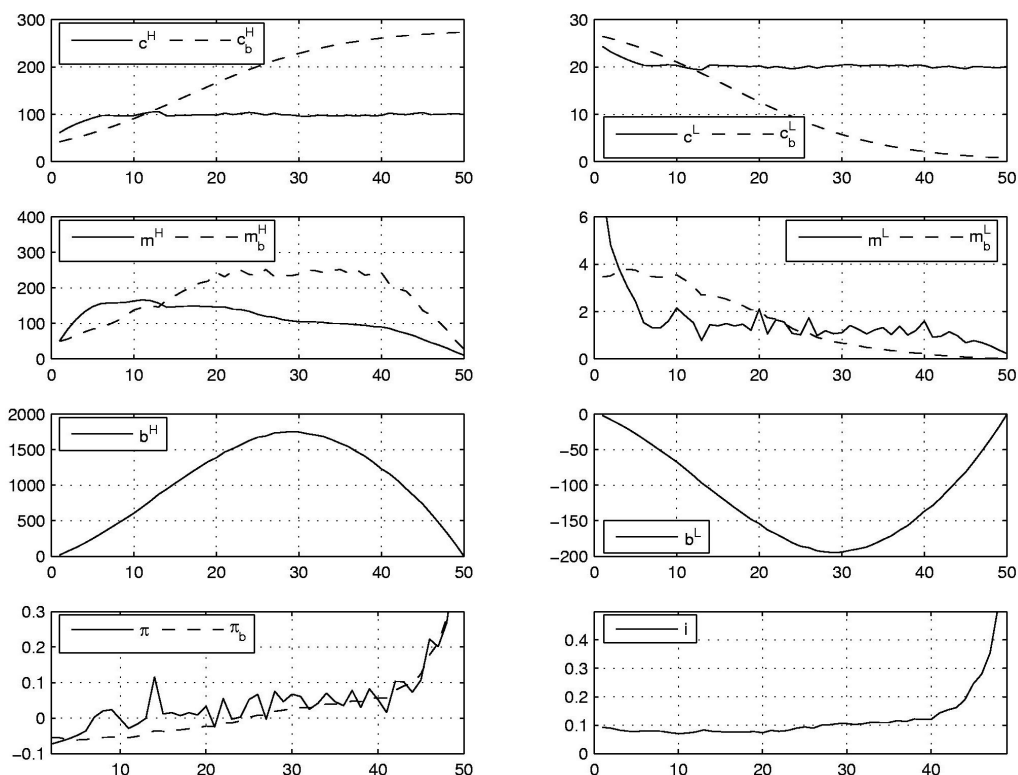


Рис. 9. Комплексная гетерогенность, переменный темп роста денежной массы

Равновесие в экономике с займами и без займов представлено на рис. 9. На данном рисунке, как и ранее, наблюдается выравнивание потребления домашних хозяйств во времени, а также существенное снижение среднего уровня и волатильности инфляции в экономике с займами по сравнению с экономикой без займов: за рассматриваемый период (без нулевого и последнего периодов) в экономике без займов средний уровень инфляции составил 4,5 %, а волатильность приростов темпа инфляции – 5,1 %, тогда как в экономике с займами аналогичные показатели равны 2,6 % и 1,9 % соответственно. Рост общественного благосостояния в связи с введением долгового рынка составил:

$$\Delta^H = 3,48 \% ; \quad \Delta^L = 1,20 \% ; \quad \Delta^{sw} = 1,96 \% .$$

Заключение

В настоящей статье на базе модели Сидрауски в дискретном времени, с конечным временным горизонтом, совершенным предвидением и гетерогенными агентами, рассмотрено влияние введения в модель долгового рынка. Посредством численных расчетов нами продемонстрировано, что возможность домашних хозяйств давать друг другу займы позволяет:

- домашним хозяйствам выровнять свое потребление во времени: деньги становятся супернейтральными по отношению к уровню потребления, становится справедливой гипотеза перманентного дохода М. Фридмана (при этом также показывается, что для выполнения этой гипотезы в рамках данной модели домашним хозяйствам недостаточно наличия денег как инструмента межвременного перераспределения потребления);

- снизить средний уровень инфляции в экономике;
- снизить волатильность инфляции;
- повысить уровень общественного благосостояния.

Рассмотренная модель при адекватной калибровке ее параметров в дальнейшем может использоваться для тестирования влияния долгового рынка на конкретные образцы экономик.

Список литературы

1. *Blanchard O. J., Fischer S.* Lectures on Macroeconomics. Cambridge: MIT Press, 1989.
2. *Romer D. H.* Advanced Macroeconomics. 2nd ed. N. Y.: McGraw-Hill Co., 2001.
3. *Brock W. A.* Money and Growth: The Case of Long Run Perfect Foresight // *International Economic Review*. 1974. Vol. 15. № 3. P. 750–777.
4. *Sidrauski M.* Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy // *American Economic Review*. 1967. Vol. 57. № 2. P. 534–544.

Материал поступил в редколлегию 19.11.2008

V. L. Makushev

ON THE ROLE OF THE PRIVATE DEBT MARKET IN THE SIDRAUSKI MODEL

In the article on a basis of the Sidrauski model with finite time horizon, perfect foresight and heterogeneous households we consider the issue of the influence of the private debt market on consumption, money demand and inflation rate dynamics. By means of numerical computations it is shown that the economy with the developed private debt market is characterized by money superneutrality in relation to households' consumption level, lower level and volatility of inflation rate in the economy and higher level of social welfare.

Keywords: Sidrauski model, private debt market, consumption, money demand, inflation.