

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ ФИРМЫ НА РЫНКЕ ОЛИГОПОЛИИ ПРИ УСЛОВИИ НЕЦЕНОВОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ТОВАРА

Статья посвящена проблеме интеграции вертикальной и горизонтальной дифференциации товара в модели дуополии. В результате исследования мы пришли к выводу, что фирмы стремятся производить товары одинаковой функциональности, но максимально дифференцированные по качеству. Таким образом, нивелируются противоречия между классическими моделями вертикальной и горизонтальной дифференциации.

Ключевые слова: рынок олигополии, неценовая продуктовая дифференциация, вертикальная и горизонтальная дифференциация.

Введение

Управление ценой продукта и его ценностью в глазах потребителя – фундаментальный вопрос деятельности компании. Прибыль фирмы при прочих равных условиях обычно наиболее чувствительна именно к изменению цены, а не к другим факторам. Один процент изменения цены приводит к большему изменению прибыли, чем один процент изменения количества реализованной продукции, переменных или постоянных издержек¹. Большой практический интерес вызывает нахождение оптимального компромисса между ценой товара и теми выгодами, которые он приносит потребителю, особенно сейчас, когда столь популярна концепция бизнеса, ориентированного на потребителя. Задача усложняется тем, что данное решение, как правило, принимается на рынке олигополии, что вызывает необходимость учета поведения конкурентов. Таким образом, вопрос моделирования оптимального поведения фирмы на рынке олигополии при условии дополнительной неценовой дифференциации товара является важным и актуальным.

Дифференциацию товара, которая столь важна для успешного функционирования на рынке, в теории разделяют на следующие виды:

- вертикальная дифференциация по качеству продукта;
- горизонтальная дифференциация по прочим характеристикам товара, отличным от качества (например, местоположению фирмы относительно потребителей и проч.).

В теории отраслевых рынков существуют модели горизонтальной и вертикальной дифференциации. В каждом из случаев автор рассматривает один признак, по которому можно дифференцировать товар. В классических моделях горизонтальной и вертикальной дифференциации товара выводы относительно того, сближаются ли производители по рассматриваемому признаку, различны. Поэтому, на наш взгляд, существует необходимость интеграции обоих типов дифференциации в единую математическую модель. Действительно, товары могут различаться более чем по одному признаку – например, качество и функциональность / модель товара. На настоящий момент такая модификация модели дифференциации товара не исследована.

В результате анализа решения мы пришли к выводу, что фирмы стремятся производить товары с одинаковыми функциональными характеристиками (модификация, модель и т. п.), однако сильно дифференцированного качества. Кроме того, мы показали, что возможна ситуация, когда фирма, производящая товар более низкого качества, может выигрывать (назна-

¹ По данным исследования компании McKinsey 2002 – сравнение факторов прибыли (на основе усредненного Отчета о прибылях и убытках Global 1200) [8].

чать большую цену, иметь большой спрос, получать большую прибыль) при условии, что выбранная модель товара соответствует более выгодной позиции на рынке.

Проблема неценовой дифференциации товара в исследованиях зарубежных авторов

Модели горизонтальной дифференциации товара. Работа Гарольда Хотеллинга (1929) [1] является одной из первых публикаций, которая обращается к проблеме стабильности равновесия Нэша, найденного в классической модели олигополии Курно². Автор доказывает, что помимо цены в рассмотрение должны быть введены прочие качественные характеристики товара для нахождения стабильного равновесия, например, географическое положение фирмы относительно потребителя, модель товара и проч.

Дело в том, что решению модели олигополии свойственен парадокс Бертрانا. Найденное решение не является равновесием, так как, например, в дуополии, небольшое снижение цены первой фирмой приведет к полному вытеснению второй фирмы с рынка. При этом прибыль первой фирмы увеличится почти вдвое. Поэтому нахождение равновесия на рынке только в системе координат «количество – цена» не обеспечивает стабильного решения.

Гарольд Хотеллинг предлагает нивелировать парадокс Бертрانا посредством введения в рассмотрение горизонтальной дифференциации товара по местоположению фирмы. Автор приходит к выводу, что относительно местоположения фирмы стремятся быть гомотетичными. Однако при этом возрастает опасность того, что один из производителей может быть вытеснен с рынка. Дело в том, что наличие расстояния между двумя фирмами выступает залогом недопущения существования парадокса Бертрانا. Иначе когда фирмы становятся недифференцированными по местоположению, модель сводится к обычной модели Бертрانا.

Обобщая вышесказанное, когда новый производитель приходит на рынок, он не должен производить в точности тот же самый продукт, который производят другие производители, в противном случае он столкнется с ценовой войной – парадоксом Бертрانا. Но, с другой стороны, новый товар должен лишь незначительно отличаться от товара другого производителя. Он должен быть похож на товар конкурента, но убеждать достаточное количество покупателей в некоторых более лучших характеристиках нового товара.

Однако позже Габсевиц и Тисс (1979) в своей работе [2] критически отнеслись к результатам, полученным Хотеллингом. Хотеллинг показывает, что фирмы в дуополии стремятся располагаться максимально близко друг к другу, но не говорит о том, что оптимальное расположение производителей – это ровно посередине отрезка, на котором расположены фирмы, если он не слишком велик. Однако данное расположение не является равновесием в силу парадокса Бертрانا

Габсевиц и Тисс предлагают нивелировать указанные выше недостатки классической модели путем рассмотрения издержек транспортировки квадратичного вида, а не линейного, как в модели Хотеллинга. В этом случае доказано существование равновесия – парадокс Бертрانا не имеет места быть.

Кроме того, авторы получили еще один очень важный результат. При квадратичной функции издержек фирмы стремятся максимально дистанцироваться друг от друга, чтобы увеличить свою монопольную власть на определенном географическом участке рынка. К такому же выводу пришли и некоторые другие исследователи – Хэй (1976) [3], Прескотт и Вишер (1977) [4].

Модели вертикальной дифференциации товара. Под вертикальной дифференциацией принято понимать различие товаров по качеству продукции. Модели, анализирующие данное явление, выделяют в отдельный класс.

Модель вертикальной дифференциации Тироля (1988) [5] является одной из самых популярных – во многом в силу простоты изложения и однозначных полученных выводов. Имен-

² Модель олигополии Курно – это модель нахождения равновесия на рынке товара, на котором представлено несколько производителей. Каждый производитель максимизирует свою прибыль при заданных параметрах других участников рынка. В равновесии достигается одновременная максимизация прибылей всех фирм. Курно рассматривает случай дуополии, и далее результат распространяет на случай n фирм. Решение модели представлено в системе координат цена – количество.

но в модели вертикальной дифференциации появляется блок, описывающий поведение потребителя, раскрывается взаимосвязь между ценностью товара для потребителя, агрегированным спросом, и результатами деятельности фирм, открываются большие возможности для различных модификаций.

Автор рассматривает случай дуополии и делает предположение о полной «покрытости» рынка при определенных условиях, т. е. все потребители совершают покупку на рынке. Фирмы, помимо решения о цене продукции, также принимают решение о выборе качества продукции, показатели которого распределены на отрезке $s \in [s_L, s_H]$. Таким образом, в модели вводится вертикальная дифференциация товара. Тироль приходит к выводу о том, что фирма, производящая товар высшего качества, назначает более высокую цену и получает большую прибыль. Если предположить, что выбор качества не несет никаких дополнительных издержек для производителя, то обе фирмы выигрывают от увеличения дифференциации между ними и максимально дистанцируются друг от друга на отрезке $[s_L, s_H]$ благодаря предположению о достаточной высокой ценности качества для потребителей товара. Таким образом, посредством качества фирмы стремятся ослабить ценовую конкуренцию.

Чой и Шин (1992) [6] предложили свою модификацию модели вертикальной дифференциации Тироля. Авторы анализируют случай, когда не все покупатели делают выбор – непокрытый рынок, т. е. существуют покупатели, для которых полезность приобретения товара отрицательна, в то время как отказ от покупки приносит нулевой уровень полезности. Это вызвано относительно низкой ценностью качества для потребителей.

В этом случае фирма, производящая товар высшего качества, по-прежнему выбирает максимально достижимый уровень качества, в то время как фирма, производящая товар низкого качества, не может выбрать минимально возможный уровень качества, так как это повлечет снижение прибыли.

Недостатком модели Тироля, Чой и Шина является тот факт, что «покрытость» и «непокрытость» рынка специально обеспечиваются ограничениями параметров ценности качества в функции полезности потребителя. Однако интуитивно понятно, что «покрытость» / «непокрытость» рынка – это скорее результат выбора фирм-участниц рынка. Именно такой точки зрения придерживается Хавьер Вауфи [7] в своей работе.

Производители тоже решают задачу из двух стадий: первая стадия – выбор качества продукции, вторая – выбор цены. Характер дифференциации вкусов потребителей является решающим фактором, определяющим решение модели. На первой стадии это влияет на выбор качества. На второй стадии выбранные качества и вкусы потребителей определяют цены, а также «покрытость» / «непокрытость» рынка. Последний факт является эндогенным решением в отличие от моделей вертикальной дифференциации, рассмотренных выше, в которых «покрытость» / «непокрытость» рынка является экзогенной предпосылкой модели. Автор приходит к выводу, что чем выше гетерогенность потребителей по показателю ценности качества, тем меньше вероятность того, что фирмы выберут крайние уровни качества. Модель Хавьера Вауфи является наиболее детальной работой, описывающей нахождение равновесия в модели вертикальной дифференциации.

Модель одновременной горизонтальной и вертикальной дифференциации товара

Выше были рассмотрены модели горизонтальной и вертикальной дифференциации товара. Товары могут различаться более чем по одному признаку – например, качество и функциональность / модель товара. Построению модели одновременной горизонтальной и вертикальной дифференциации посвящена основная часть нашего исследования.

Сначала рассматривается модель с фиксированным «местоположением» фирм (горизонтальная дифференциация) – делаются выводы о цене и качестве продукции, устанавливаемых производителями. Далее рассматривается модель с переменной горизонтальной позицией фирмы.

Формулировка модели с фиксированной горизонтальной позицией фирмы. На рынке представлено непрерывное множество потребителей, которые делают выбор из множества $(0,1)$ – купить или не покупать товар и которые характеризуются следующей функцией полезности:

$$v(s, a) = -\gamma(a - m)^2 + \theta s - p, \text{ если } x = 1,$$

$$v(s, a) = 0, \text{ если } x = 0,$$

s – это качество товара; a – характеристика горизонтальной дифференциации (местоположение, модель товара и т. п.), предлагаемые производителем;

θ – показатель ценности качества для потребителя. Показатели θ распределены равномерно на отрезке $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, причем $\bar{\theta} = \underline{\theta} + 1$ (плотность распределения равна 1) – $\theta \in U_{\underline{\theta}, \bar{\theta}}$. Слагаемое θs соответствует вертикальной дифференциации товара;

m – показатель местонахождения потребителя на интервале $[0, 1]$. Показатели m распределены равномерно на отрезке $[0, 1]$ (плотность распределения равна 1) – $m \in U_{0,1}$. Слагаемое $-\gamma(a - m)^2$ соответствует горизонтальной дифференциации товара (γ – показатель масштабирования относительно цены продукции). Во-первых, данный компонент можно интерпретировать как разность в местонахождении потребителя и фирмы. Чем дальше фирма расположена от потребителя, тем меньше полезность данного товара для потребителя при прочих равных условиях. Во-вторых, мы бы хотели интерпретировать данный компонент как степень отличия товара, предлагаемого фирмой, от идеального товара, который желал бы потребитель – здесь речь идет не о качестве, а об иных характеристиках, например, модель товара и т. п. Этот фактор в данной модели условно будем называть «местоположением».

Таким образом, потребители равномерно распределены на единичном квадрате.

На рынке представлены два производителя, которые предлагают пакеты товаров (p_1, s_1, a_1) и (p_2, s_2, a_2) (цена, качество, «местоположение»). Предположим для определенности, что $a_1 < a_2$.

Предположим, что $s_1 < s_2$, т. е. первый производитель предлагает товар худшего качества по сравнению со второй фирмой. Показатели качества находятся на отрезке $s \in [s_L, s_H]$. Таким образом, в модель вводится вертикальная дифференциация товара.

Маржинальные издержки производства единицы товара зависят от качества и описываются функцией $MC = cs$ для обеих фирм.

Сталкиваясь с агрегированными спросами на свою продукцию, фирмы решают задачу, состоящую из двух стадий:

- выбор качества продукции s_1 и s_2 ;
- выбор цены производимой продукции p_1 и p_2 .

На обеих стадиях искомые величины находятся как результат равновесия Нэша, а в целом совершенное в «под-играх» равновесие (SPNE).

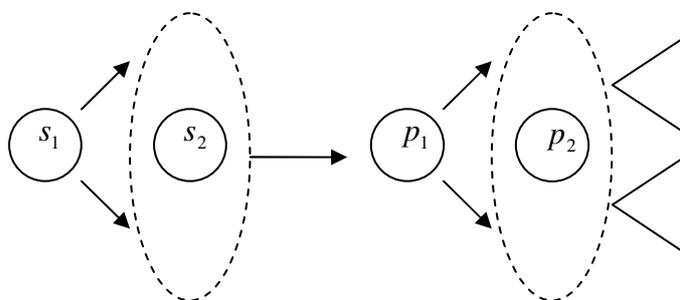


Рис. 1. Схема нахождения совершенного в «под-играх» равновесия (SPNE)

Местоположение фирм считаем фиксированным на данном этапе исследования.

В результате разрешения данной игры помимо величин продаж, цен, прибыли, мы ожидаем получить закономерности выбора оптимальных значений качества производимой продукции. Далее рассматривается решение при условии «покрытого» и «непокрытого» рынка.

Впоследствии будет проанализирована модель выбора «местоположения» a производителями.

Решение модели при условии «покрытого» рынка. Рассмотрим решение поставленной задачи при условии полностью «покрытого» рынка, на котором все покупатели приобретают товар (первый или второй). Это обеспечивается следующими предположениями.

Предположение 1: $\bar{\theta} \geq 2\underline{\theta}$. Данное предположение означает достаточную гетерогенность потребителей.

Предположение 2: Предположим, что в равновесии соблюдается неравенство: $\forall m \in [0, 1]$ верно, что $-\gamma(a_1 - m)^2 + \underline{\theta}s_1^* - p_1^* \geq 0$. Данное предположение гарантирует, что в равновесии рынок «покрыт» полностью, т. е. каждый из покупателей покупает один из двух предложенных товаров. Иными словами, данное предположение утверждает, что в равновесии потребитель, который наименее всего ценит качество, приобретает первый товар и получает неотрицательную полезность от этого.

Нахождение агрегированного спроса. Как следует из предположения 2, на отрезке $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ все потребители покупают, т. е. $-\gamma(a_1 - m)^2 + \underline{\theta}s_1 - p_1 \geq 0$.

При каждом m существует граничный потребитель, которому безразлично приобрести 1 или 2-й товар. В этом случае:

$$-\gamma(a_1 - m)^2 + \hat{\theta}s_1 - p_1 = -\gamma(a_2 - m)^2 + \hat{\theta}s_2 - p_2$$

$$\hat{\theta} = \frac{\Delta p + \gamma(\Delta a^2 - 2m\Delta a)}{\Delta s},$$

где $\Delta p = p_2 - p_1$, $\Delta a = a_2 - a_1$, $\Delta a^2 = a_2^2 - a_1^2$.

При каждом m потребитель приобретает 1-й товар, если $\theta \in [\underline{\theta}, \hat{\theta}]$, потребитель приобретает 2-й товар, если $\theta \in (\hat{\theta}, \bar{\theta}]$.

Графически на плоскости распределение потребителей между двумя товарами можно представить следующим образом (рис. 2).

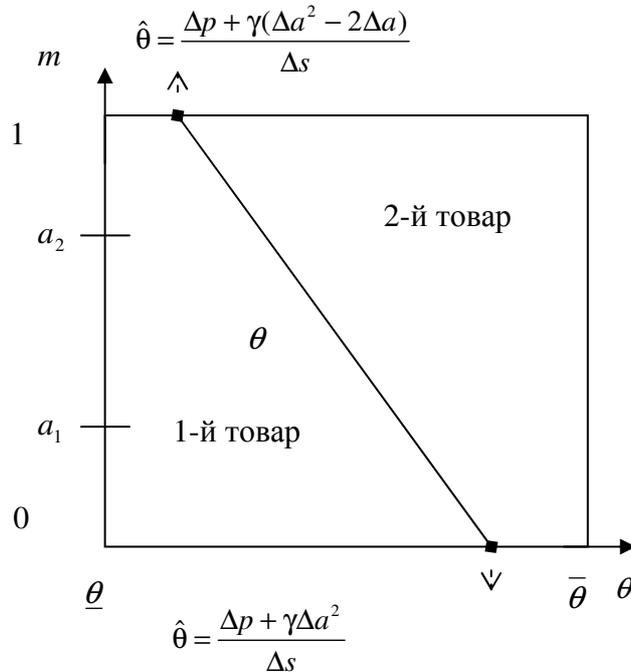


Рис. 2. Распределение потребителей между двумя товарами

Исходя из уравнения нахождения $\hat{\theta}$ граница, разделяющая потребителей между 1 и 2-м товаром, есть прямая линия. Каждый потребитель покупает товар в количестве 1. Агрегированные спросы на 1 и 2-й товар находятся как площади соответствующих трапеций.

Принимая во внимание, что m и θ распределены независимо и их совместная плотность распределения равна $f(x, y) = 1$, и то, что все потребители на этом рынке покупают, агрегированный спрос можно найти по следующей формуле двойного интегрирования:

$$D_1 = \int_0^1 \int_{\theta}^{\hat{\theta}} 1 \times f(x, y) dx dy = \int_0^1 \int_{\theta}^{\hat{\theta}} dx dy = \int_0^1 \left(\frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - 2m\gamma \Delta a}{\Delta s} - \theta \right) dy = \frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a}{\Delta s} - \theta.$$

Аналогично агрегированный спрос на 2-й товар:

$$D_2 = \bar{\theta} - \frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a}{\Delta s}.$$

Таким образом, производители 1 и 2-го товара сталкиваются со спросами D_1 и D_2 соответственно.

Анализируя функции спроса, мы видим, что:

- выполняется закон спроса по цене $\frac{\partial D_i}{\partial p_i} < 0$;
- спрос увеличивается при улучшении качества продукции $\frac{\partial D_i}{\partial s_i} > 0$;
- влияние изменения показателя a неоднозначно:

$$\frac{\partial D_i}{\partial a_i} > 0, \text{ и } \text{д} \hat{e} \hat{a} \hat{e} \hat{a} \hat{e} a_i < 0,5, \text{ и } \frac{\partial D_i}{\partial a_i} < 0, \text{ и } \text{д} \hat{e} \hat{a} \hat{e} \hat{a} \hat{e} a_i > 0,5.$$

Решение задачи производителя. Производители решают задачу, состоящую из двух стадий:

- выбор качества продукции s_1 и s_2 ;
- выбор цены производимой продукции p_1 и p_2 .

Для нахождения оптимальных значений задачу необходимо решать в обратном порядке, по правилу обратной индукции.

Нахождение p_1 и p_2 при заданных s_1 и s_2 . Подставляя значения агрегированного спроса в соответствующую целевую функцию прибыли, получаем, что фирмы максимизируют следующие функции:

$$\begin{aligned} \check{I}_1 &= (p_1 - c_1) * \left[\frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a}{\Delta s} - \theta \right] \rightarrow \max_{p_1}; \\ \check{I}_2 &= (p_2 - c_2) * \left[\bar{\theta} - \frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a}{\Delta s} \right] \rightarrow \max_{p_2}. \end{aligned}$$

Находим равновесие Нэша из условий:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \check{I}_1}{\partial p_1} &= 0, \quad \frac{\partial \check{I}_2}{\partial p_2} = 0; \\ \frac{\partial^2 \check{I}_1}{\partial p_1^2} &< 0, \quad \frac{\partial^2 \check{I}_2}{\partial p_2^2} < 0. \end{aligned}$$

В результате получаем следующую систему уравнений реакций фирмы:

$$\text{Re1: } p_2 - 2p_1 + [\gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a - \theta \Delta s] + c_1 = 0;$$

$$\text{Re2: } p_1 - 2p_2 - [\gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a - \bar{\theta} \Delta s] + c_2 = 0.$$

Решая полученную систему уравнений и принимая во внимание, что $c_i = cs_i$, находим следующие равновесные значения цен продукции:

$$p_1 = \frac{(\bar{\theta} - 2\theta)\Delta s + c(2s_1 + s_2) + \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{3};$$

$$p_2 = \frac{(2\bar{\theta} - \theta)\Delta s + c(s_1 + 2s_2) - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{3}.$$

Проведем формальный анализ полученного решения.

С ростом качества 2-го товара его цена неизменно увеличивается:

$$\frac{\partial p_2}{\partial s_2} = \frac{(2\bar{\theta} - \underline{\theta}) + 2c}{3} > 0.$$

Рассмотрим цену p_1 :

$$\frac{\partial p_1}{\partial s_1} = \frac{(2\underline{\theta} - \bar{\theta}) + 2c}{3}.$$

Слагаемое $(2\underline{\theta} - \bar{\theta})$ в силу предположения 1 отрицательно. Таким образом, влияние качества s_1 на цену p_1 может быть как положительным, так и отрицательным. С одной стороны, существует эффект издержек – чем выше качество, тем выше цена продаваемой продукции. С другой стороны, существует эффект дифференциации товара – чем более товары дифференцированы, тем выше цены p_1 и p_2 . Последнее явление возникает вследствие эффекта монополизации положения фирм при дифференциации, т. е. усиления рыночной власти.

Влияние переменной a_i неоднозначно:

$$\frac{\partial p_i}{\partial a_i} = \frac{\gamma}{3}(1 - 2a_i) > 0, \text{ а именно } a_i < 0,5;$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial a_i} = \frac{\gamma}{3}(1 - 2a_i) < 0, \text{ а именно } a_i > 0,5.$$

Таким образом, мы можем ввести в рассмотрение термины эффект дифференциации качества, эффект местоположения и эффект издержек. Эффект дифференциации качества всегда положительно влияет на цену продукции, эффект местоположения знакопеременен, эффект издержек положителен.

Рассмотрим разность цен:

$$p_2 - p_1 = \frac{(\bar{\theta} + \underline{\theta})\Delta s + c(s_2 - s_1) - 2(\Delta a^2 - \Delta a)}{3}.$$

Первые два слагаемые строго положительные. Рассмотрим третье слагаемое:

$$-2\gamma(\Delta a^2 - \Delta a) = -2\gamma((a_2 - a_1)(a_2 + a_1) - (a_2 - a_1)) = -2\gamma(a_2 - a_1)(a_2 + a_1 - 1).$$

Таким образом, при предположении $a_2 > a_1$ мы можем гарантировать, что $p_2 > p_1$ при выполнении условия $a_2 + a_1 \leq 1$ – случай, когда имеет место положительный эффект местоположения хотя бы для одной фирмы. В остальных случаях соотношение цен будет определяться конкретными входными данными модели. Дело в том, что в нашей модели присутствуют три фактора, обозначенных выше. Их совместное сочетание и будет определять соотношение цен. Однако можно утверждать, что так как $a \in [0, 1]$, то при достаточно больших значениях θ, s, c товару более высокого качества соответствует большая цена. В этом случае показатели «местоположения» становятся относительно неважными.

Нахождение оптимального качества продукции s_1, s_2 . На 1-й стадии решения задачи фирма делает выбор относительно качества выпускаемой продукции – $s \in [s_L, s_H]$. Используя оптимальные значения цен, вычисленные ранее, функцию прибыли 2-й фирмы можно переписать в следующем виде:

$$\dot{I}_2 = (p_2 - cs_2) * \left[\bar{\theta} - \frac{\Delta p + \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{\Delta s} \right] = \frac{[(2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)\Delta s - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)]^2}{9\Delta s} \rightarrow \max_{p_2}.$$

Функцию прибыли также можно переписать в виде

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{9} \left[(2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)^2 \Delta s - 2\gamma(2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)(\Delta a^2 - \Delta a) + \frac{\gamma^2(\Delta a^2 - \Delta a)^2}{\Delta s} \right]$$

или, обозначив $A = (2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)$ и $B = \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)$:

$$\ddot{I}_2 = \frac{1}{9} \left[(A^2 \Delta s - 2AB + \frac{B^2}{\Delta s}) \right].$$

Функция \ddot{I}_2 достигает минимума в точке $\Delta s = \frac{B}{A}$. График данной функции имеет следующий вид (рис. 3).

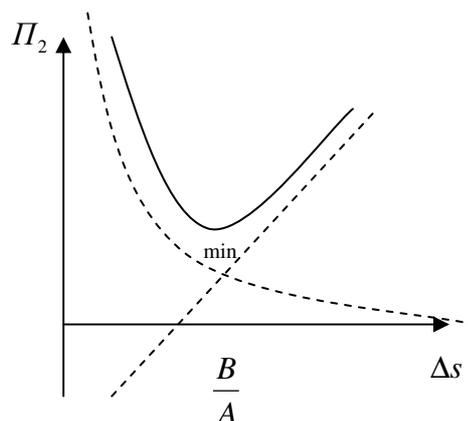


Рис. 3. Функция прибыли \ddot{I}_2

Из условий, наложенных на спрос $0 \leq D_2 \leq 1$, имеем, что

$$0 \leq \frac{A\Delta s - B}{3\Delta s} \leq 1.$$

Из левой части неравенства получаем, что $\Delta s \geq \frac{B}{A}$. Таким образом, мы находимся на возрастающем участке функции \ddot{I}_2 и $s_2^{opt} = s_H$.

Аналогично можно показать, что $s_1^{opt} = s_L$.

Фирмы пытаются максимально дистанцироваться друг от друга на отрезке $[s_L, s_H]$. Таким образом, они стремятся максимизировать монопольную власть на своем уровне качества. Такой результат вполне может быть подтвержден реальными наблюдениями на рынке товаров.

Найденное решение модели является единственным совершенным в «под-играх» равновесием (SPNE), так как на первой стадии решения задачи производителя отклики фирм однозначны и единственны, на второй стадии равновесие Нэша также существует и единственно.

Анализ свойств решения. В результате решения задачи, состоящей из двух стадий, мы получаем следующее решение:

$$\begin{aligned} s_1^{opt} &= s_L, \quad s_2^{opt} = s_H; \\ p_1 &= \frac{(\bar{\theta} - 2\underline{\theta})\Delta s + c(2s_L + s_H) + \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{3}; \\ p_2 &= \frac{(2\bar{\theta} - \underline{\theta})\Delta s + c(s_L + 2s_H) - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{3}; \\ D_1 &= \frac{(\bar{\theta} - 2\underline{\theta})\Delta s + c\Delta s + \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{3\Delta s}; \\ D_2 &= \frac{(2\bar{\theta} - \underline{\theta})\Delta s - c\Delta s - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)}{3\Delta s}; \\ \ddot{I}_1 &= \frac{[(\bar{\theta} - 2\underline{\theta})\Delta s + c\Delta s + \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)]^2}{9\Delta s}; \end{aligned}$$

$$\ddot{I}_2 = \frac{[(2\bar{\theta} - \underline{\theta})\Delta s - c\Delta s - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)]^2}{9\Delta s};$$

$$p_1, p_2 > 0;$$

$$0 \leq D_1, D_2 \leq 1;$$

$$\forall m \in [0, 1] \quad -\gamma(a_1 - m)^2 + \underline{\theta}s_L^* - p_L^* \geq 0.$$

Мы показали, что по качеству фирмы стремятся максимально дистанцироваться друг от друга, чтобы монополизировать свое положение на определенном участке рынка.

Соотношения других показателей деятельности фирм (помимо качества) неоднозначно, так как существует несколько факторов, действие которых может быть одинаково и разнонаправлено.

Так, соотношение цен определяется тремя факторами (например, для 1-й фирмы):

- фактор дифференциации качества – $(\bar{\theta} - 2\underline{\theta})\Delta s$ (влияние положительное);
- фактор «местоположения» – $(\Delta a^2 - \Delta a)$ (влияние знакопеременное);
- фактор издержек – $c(2s_L + s_H)$ (влияние положительное).

Соотношение спроса и прибыли определяется тремя факторами:

- фактор дифференциации качества – $(\bar{\theta} - 2\underline{\theta})\Delta s$ (влияние положительное);
- фактор «местоположения» – $(\Delta a^2 - \Delta a)$ (влияние знакопеременное);
- фактор издержек – $c\Delta s$ (влияние отрицательное).

Влияние «местоположения» можно представить в следующем виде:

$$(\Delta a^2 - \Delta a) = ((a_2 - a_1)(a_2 + a_1) - (a_2 - a_1)) = (a_2 - a_1)(a_2 + a_1 - 1).$$

При предположении $a_2 > a_1$ мы можем гарантировать, что $p_2 > p_1$, при выполнении условия $a_2 + a_1 \leq 1$. На соотношение спросов и прибылей дополнительное влияние окажут издержки. Если маржинальные издержки производства c достаточно малы, то можно утверждать, что при условии $a_2 + a_1 \leq 1$ выполняются соотношения $D_2 > D_1, \ddot{I}_2 > \ddot{I}_1$.

Ниже приведены расчеты равновесий для различных входных параметров модели, показывающие влияние параметров на эффекты.

Вариант 1

Входные параметры

S_l	S_h	$\underline{\theta}$	$\bar{\theta}$	a_1	a_2	c	γ
3,10	3,20	0,60	1,60	0,50	1,00	0,5	0,50

Результаты решения

s_1	3,10	<	s_2	3,20
p_1	0,09	>	p_2	0,08
D_1	0,55	>	D_2	0,45
Π_1	0,03	>	Π_2	0,02

Мы видим, что при таких входных параметрах модели, несмотря на то, что фирма 2 предлагает товар более высокого качества, она устанавливает меньшую цену, имеет меньший спрос и прибыль. Дело в том, что фирма 1 имеет более выгодное географическое положение (посередине отрезка), в то время как фирма 2 расположена на окраине. Это позволяет фирме 1 занять более выгодную позицию на рынке, несмотря на более низкое качество товара.

Вариант 2
Входные параметры

S_l	S_h	$\underline{\theta}$	$\bar{\theta}$	a_1	a_2	c	γ
3,10	3,20	0,60	1,60	0,30	0,50	0,5	0,50

Результаты решения

s_1	3,10	<	s_2	3,20
p_1	1,57	<	p_2	1,68
D_1	0,23	<	D_2	0,77
Π_1	0,01	<	Π_2	0,06

Итак, мы видим, что изменение местоположения фирм при неизменных других параметрах модели привело к решению, в котором фирма 2, предлагающая более высокое качество, назначает большую цену, получает и больший спрос и прибыль.

Решение модели при условии «непокрытого» рынка. В случае непокрытого рынка существуют потребители, которые не приобретают товар, так как в случае покупки они получают отрицательную полезность. Существует граничный потребитель $\tilde{\theta}$, который определяется следующим образом:

$$-\gamma(a_1 - m)^2 + \tilde{\theta}s_1 - p_1 = 0;$$

$$\tilde{\theta} = \frac{p_1 + \gamma(a_1 - m)^2}{s_1}.$$

Тогда агрегированный спрос рассчитывается следующим образом:

$$D_1 = \int_0^{\tilde{\theta}} \int_0^1 1 \times f(x, y) dx dy = \int_0^{\tilde{\theta}} \int_0^1 dx dy = \int_0^{\tilde{\theta}} \left(\frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - 2m\gamma \Delta a}{\Delta s} - \frac{p_1 + \gamma(a_1 - m)^2}{s_1} \right) dy =$$

$$= \frac{\Delta p + \gamma \Delta a^2 - \gamma \Delta a}{\Delta s} - \frac{\gamma(3p_1 + a_1^3 - (a_1 - 1)^3)}{3s_1}.$$

Аналогично находится спрос на второй товар. При этом

$$D_1 + D_2 < 1.$$

Далее механизм решения аналогичен случаю «покрытого» рынка. В силу громоздкости общего решения мы не приводим его в данной работе.

Модель выбора «местоположения» фирмой (горизонтальная дифференциация). Рассмотрим выбор 2-й фирмой местоположения a_2 при фиксированном местоположении a_1 . Для этого будем использовать результаты решения модели при условии «покрытого» рынка. Равновесная функция прибыли выглядит следующим образом:

$$\dot{I}_2 = \frac{[(2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)\Delta s - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)]^2}{9\Delta s} = \frac{[(2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)\Delta s - \gamma(a_2^2 - a_1^2 - (a_2 - a_1))]^2}{9\Delta s}.$$

Возьмем производную первого порядка по a_2 :

$$\frac{\partial \dot{I}_2}{\partial a_2} = \frac{2\gamma}{9\Delta s} [(2\bar{\theta} - \underline{\theta} - c)\Delta s - \gamma(\Delta a^2 - \Delta a)] * (1 - 2a_2).$$

Первый множитель неотрицателен в силу неотрицательности спроса. Знак производной определяется вторым множителем $(1 - 2a_2)$:

$$\frac{\partial \dot{I}_2}{\partial a_2} \geq 0, \text{ а́ñèè } a_2 \leq 0,5;$$

$$\frac{\partial \dot{I}_2}{\partial a_2} \leq 0, \text{ а } \dot{I}_2 \geq 0,5.$$

Таким образом, фирма 2 стремится занять положение посередине интервала $[0, 1]$. Это согласуется с наблюдениями, полученными ранее, максимумы D_2 и p_2 достигаются при $a_2 = 1/2$.

Аналогично показывается, что для фирмы 1 оптимальным является местоположение $a_1 = 1/2$.

Итак, мы пришли к следующему выводу. Если рассматривать показатель a_i как набор характеристик товара, отличных от качества (например, модель, функциональность и т. п.), то у производителей есть стремление производить товары с одинаковыми характеристиками, но различного качества. Такой вывод вполне согласуется с реальными наблюдениями. Например, апельсиновый сок (стандартный продукт), но низкого и премиум класса; дорогие брендовые вещи и их точные копии (подделки), но более низкого качества. Цена более качественного продукта оказывается неизменно выше цены товара низкого качества. Так как маржинальные издержки производства товара зависят от качества продукции, то соотношения прибылей компаний неоднозначно:

$$\dot{I}_2 > \dot{I}_1, \text{ а } \dot{n} < (\bar{\theta} + \underline{\theta}) / 2;$$

$$\dot{I}_2 < \dot{I}_1, \text{ а } \dot{n} > (\bar{\theta} + \underline{\theta}) / 2.$$

В статье исследована модель одновременной вертикальной и горизонтальной дифференциации товаров. В результате анализа решения мы пришли к выводу, что фирмы стремятся производить товары с одинаковыми функциональными характеристиками (модификация, модель и т. п.), однако сильно различающегося качества, т. е. по качеству фирмы стремятся максимально дистанцироваться друг от друга, чтобы получить максимальную монопольную власть на своем участке рынка. Это согласуется с выводами модели Тироля [5]. Стремление выровнять товары по функциональности (или иной характеристике отличной от качества) согласуется с выводами модели горизонтальной дифференциации Хотеллинга [1]. Таким образом, ярче демонстрируется источник противоречия в выводах между названными классическими моделями дифференциации товаров.

Кроме того, мы показали, что возможна ситуация, когда фирма, производящая товар более низкого качества, может выигрывать (назначать большую цену, иметь больший спрос, получать большую прибыль) при условии, что выбранная модель товара соответствует более выгодной позиции на рынке.

Соотношения цен, спроса, прибылей между фирмами являются неоднозначными, так как в модели присутствуют три фактора, которые по-разному влияют на изучаемые величины: дифференциация качества всегда увеличивает разрыв в ценах и их уровень; издержки положительно влияют на цены, отрицательно на прибыль и спрос; функциональность / местоположение влияет знакопеременно (в зависимости от того, насколько сильно характеристики, предлагаемые производителем, отклоняются от характеристик, которые желает потребитель).

Список литературы

1. Hotelling H. Stability in Competition // The Economic Journal. 1929. Vol. 39. № 153. P. 41–57.
2. Gabszewicz J., Thisse J.-F. On Hotelling's «Stability in Competition» // Econometrica. 1979. Vol. 47. № 5. P. 1145–1150.
3. Hay D. Sequential entry and entry-deterring strategies // Oxford Economic Papers. 1976. № 28. P. 240–257.
4. Prescott E. C., Visscher M. Sequential location among firms with foresight // The Bell Journal of Economics. 1977. № 8. P. 378–393.
5. Tirole J. The theory of industrial economics. MIT Press, 1988.

6. *Choi J. C., Shin H. S.* A comment on a model of vertical product differentiation // The Journal of Industrial Economics. 1992. № 60. P. 229–231.
7. *Wauthy X.* Quality choice in models of vertical differentiation // The Journal of Industrial Economics. 1996. № 3.
8. *Marn M., Roegner E., Zawada C.* The Price Advantage. Jhon Wileys Sons, Inc., 2002.

Материал поступил в редколлегию 24.09.2008

K. Yu. Dmitrienko

**MODELING OF OPTIMAL FIRM'S BEHAVIOR ON OLIGOPOLISTIC MARKET
UNDER NON-PRICE PRODUCT DIFFERENTIATION**

The paper is devoted to the problem of integration of vertical and horizontal product differentiation in the duopoly model. We came to the conclusion that firms are striving to produce goods of equal functionality but of very differentiated quality. Such results overcome contradictions between classical models of vertical and horizontal product differentiation.

Keywords: oligopoly, non-price product differentiation, vertical and horizontal differentiation.