

УДК 336.763 + 330.42

**А. А. Кадников**

Институт экономики  
и организации промышленного производства СО РАН  
пр. Акад. Лаврентьева, 17, Новосибирск, 630090, Россия  
E-mail: 198@ngs.ru

## **VAR ПОРТФЕЛЯ, СОДЕРЖАЩЕГО ИНСТРУМЕНТЫ С КОРОТКОЙ ИСТОРИЕЙ ТОРГОВ**

В статье представлена методика расчета показателя Value-at-Risk для портфеля ценных бумаг, содержащего инструменты с короткой историей торгов. Приведено теоретическое обоснование используемого подхода, а также описание последствий нарушения используемых гипотез. Приведенный алгоритм возможен к применению финансовыми организациями для анализа рыночного риска портфеля ценных бумаг.

*Ключевые слова:* портфель ценных бумаг, облигации, рыночный риск, дюрация, кредитный рейтинг, доходность, ненормальное распределение доходностей.

### **1. Введение**

В последние годы методология расчета Value-at-Risk (VaR) в области финансового риск-менеджмента стала более-менее общепринятой [5]. Однако в случае если инструмент обращается на рынке относительно недавно и / или необходимые статистические данные для анализа отсутствуют, стандартный расчет VaR тем или иным методом неприменим без некоторой модификации.

Основной целью данной работы является разработка понятного и научно обоснованного метода расчета VaR портфеля, содержащего инструменты с недостаточной историей торгов, с помощью выбора некоторых заменителей данных инструментов по четко описанным критериям. Также внимание уделено последствиям нарушения используемых гипотез.

В первых главах работы представлены описание методологии VaR и объекта исследования. В четвертой главе дается теоретическое описание используемой модели. Далее представлен подробный алгоритм расчета VaR портфеля, содержащего инструменты с короткой историей торгов. В шестой главе описаны последствия нарушения гипотезы о нормальности распределения доходностей. Седьмая глава посвящена практическому примеру расчета VaR портфеля. В заключение сформулированы основные результаты и возможные направления дальнейших исследований по данной тематике.

Отметим, что в литературе, затрагивающей данный раздел анализа рыночных рисков: [7; 9; 10; 13], встречаются рекомендации по возможному использованию заменителей для некоторых инструментов в специфических случаях (как и отсутствие необходимой истории торгов), однако, практические рекомендации по критериям выбора заменителей, анализ корреляций и последствий нарушения гипотез обычно даны недостаточно подробно. Описание методологии расчетов авторы не ставят себе в задачи.

### **2. Методология расчета VaR<sup>1</sup>**

VaR – это выраженная в денежных единицах (либо в процентах от стоимости) оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение заданного периода времени потери с заданной вероятностью.

---

<sup>1</sup> Источник: [4]. Классификация приведена в соответствии с источником как наиболее авторитетным изданием по риск-менеджменту на русском языке. Для практических целей исследователь может использовать комбинации описанных методов расчетов на разных этапах анализа.

VaR портфеля для данного доверительного уровня  $(1-\alpha)$  и данного периода поддержания позиций  $T$  определяется как такое значение, которое обеспечивает покрытие возможных потерь  $x$  держателя портфеля за время  $T$  с вероятностью  $(1-\alpha)$ :

$$\text{Prob}(VaR \geq x) = 1 - \alpha. \quad (1)$$

Как следует из определения, величина VaR – это наибольший ожидаемый убыток, обусловленный колебаниями цен на финансовых рынках, который рассчитывается:

- на определенный период времени в будущем (временной горизонт);
- с заданной вероятностью его превышения (уровень доверия);
- при данном предположении о характере поведения рынка (метод расчета).

Существуют две основные группы подходов к оценке VaR. Первая группа основана на так называемом «локальном оценивании», т. е. на некоей аппроксимации функции стоимости финансового инструмента, например дельта-нормальный метод. Вторая группа использует «полное оценивание», подразумевающее полный перерасчет стоимости финансового инструмента без аппроксимирующих предположений. К этой группе относятся метод исторического моделирования и метод Монте-Карло.

2.1. *Дельта-нормальный метод (параметрический)*. Исторически понятие VaR неразрывно связано с дельта-нормальным методом расчета этого показателя, который был впервые реализован банком J. P. Morgan Chase в своей знаменитой системе RiskMetrics [8], получившей всеобщее признание в качестве отраслевого стандарта.

В основе дельта-нормального метода лежит посылка о нормальном законе распределения логарифмических доходностей<sup>2</sup> факторов рыночного риска (цен первичных активов, от которых зависит стоимость более сложных инструментов, позиций и портфеля в целом).

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \sim N(\mu, \sigma^2). \quad (2)$$

Предположение о нормальном распределении изменений факторов риска (цен) значительно облегчает нахождение величины VaR, так как в этом случае распределение доходностей инструментов, являющихся линейными комбинациями факторов риска, также будет нормальным.

2.2. *Метод исторического моделирования*. Метод исторического моделирования относится к группе методов полного оценивания и является непараметрическим. Он основан на предположении о стационарности поведения рыночных цен в ближайшем будущем. Суть данного метода заключается в следующем. Сначала выбирается период времени глубины  $T$ , за который отслеживаются исторические изменения (например, дневные) цен  $P$  всех входящих в портфель активов.

Затем производится полная переоценка всего текущего портфеля, рассчитываются его доходности. После этого, в соответствии с желаемым уровнем доверия  $(1-\alpha)$  величина VaR определяется как соответствующий квантиль доходностей портфеля.

2.3. *Метод Монте-Карло*. Метод Монте-Карло, или метод стохастического моделирования, основан на моделировании случайных процессов с заданными характеристиками. В отличие от метода исторического моделирования, в методе Монте-Карло изменения цен активов генерируются псевдослучайным образом в соответствии с заданными параметрами распределения, например математическим ожиданием и волатильностью. Имитируемое распределение может быть в принципе любым на выбор исследователя, а количество сценариев – весьма большим. В остальном расчеты аналогичны методу исторического моделирования.

<sup>2</sup> Метод применим и при ином способе расчета доходностей.

### 3. Объект исследования

В данной работе основным объектом исследования являются любые финансовые инструменты, обращающиеся на организованных рынках, имеющие общепринятую рыночную оценку, а также имеющие линейную форму доходности<sup>3</sup> (акции, облигации, валютные позиции).

Подробно предлагаемая методика проиллюстрирована на примере долговых ценных бумаг российских эмитентов, обращающихся на биржевых рынках (облигации) и имеющих ежедневные рыночные котировки ММВБ (для рублевых облигаций) и информационной системы Bloomberg (для еврооблигаций). Данные инструменты наиболее приемлемы для иллюстрации предлагаемого метода.

Однако описанная методология применима и для других рыночных инструментов, естественно, с корректировкой на их индивидуальную специфику.

### 4. VaR портфеля, содержащего «короткий» инструмент

Вопрос о том, каким методом производить расчет VaR по активам с достаточной историей наблюдений, а также по портфелю в целом, инвестор определяет самостоятельно исходя из собственных предпочтений. Однако предполагается, что вся необходимая информация для расчетов имеется (либо полная информация по истории цен для исторического метода, либо как минимум параметры распределений и корреляции, для параметрического и метода Монте-Карло)

Рассмотрим ситуацию, в которой в портфеле некоторое количество инструментов с достаточной историей наблюдений («длинные») и инструмент с короткой историей (торги по нему еще не начались либо начались недавно), для которого нет возможности оценить параметры индивидуального распределения цены и его коррелированность с прочими инструментами («короткий»). Исследователю необходимо рассчитать VaR по портфелю из инструментов в целом.

Данная задача состоит из двух подпунктов:

- определить VaR «короткого» инструмента;
- определить вклад данного инструмента в VaR портфеля в целом.

4.1. *Расчет VaR для «короткого» инструмента.* В случае отсутствия наблюдений за рыночной стоимостью инструмента наиболее обоснованным методом оценки VaR является поиск подходящего заменителя (или некоторого портфеля заменителей) для данного инструмента, имеющего достаточный период обращения на рынке и сходные характеристики, влияющие на его стоимость (источники риска).

Для облигаций данными характеристиками выступают:

- Кредитное качество. Очевидно, что чем выше вероятность дефолта эмитента данной облигации, тем меньше при прочих равных должна быть ее стоимость. Соответственно, в качестве критерия возможно использовать кредитный рейтинг эмитента либо любое иное измерение его вероятности дефолта.
- Дюрация (средневзвешенный по объемам срок погашения). Учитывая широко известную зависимость:  $\Delta P = -Dur * \Delta i$ , получаем, что срок дюрация при изменении процентной ставки является значимым источником изменения рыночной стоимости облигации;
- Ликвидность. Данный критерий трудно формализуем. Поправки на глубину рынка соответствующего инструмента должны быть проведены, видимо, экспертно. В качестве примера приведем ситуацию, когда основной объем выпуска облигаций удерживается инвестором до погашения и не попадает на рынок. Тогда желание продать / купить облигаций в количестве, сопоставимом с объемом, находящимся в свободном обращении, приведет к непредсказуемому падению / росту цены<sup>4</sup>.

Данные три характеристики представляют собой основные источники ценообразования облигации.

<sup>3</sup> Опционы, свопы и прочие производные инструменты выходят за рамки данного исследования.

<sup>4</sup> Некоторые подходы к данному вопросу см. в: [6].

Кроме того, дополнительными критериями для поиска заменителей могут выступать и индивидуальные признаки, как эмитента, так и конкретного выпуска облигаций: отраслевая принадлежность, валюта займа, регион, в котором сконцентрирована деятельность эмитента, наличие оферты, ставка купона и т. д. Однако необходимо иметь достаточную выборку заменителей, так как на рынке всегда присутствуют специфические займы, ценообразование которых может искажаться за счет ограниченных объемов торгов, близости даты выплаты купона или оферты, индивидуальных событий деятельности эмитента и т. д.

После выбора удовлетворяющего критериям заменителя, в качестве необходимых характеристик «короткого» инструмента выступают характеристики заменителя.

Отметим, что по мере накопления статистики возможно отказаться от использования некоторых характеристик заменителей или же использовать некоторое взвешенное среднее между показателями заменителя и накапливающимися показателями «короткого» инструмента. Среди преимуществ данного подхода отметим использование реальной накопленной статистики по мере ее появления, однако регулярный пересчет и взвешивание показателей требует значительных временных затрат, что является негативным фактором. Промежуточным решением является отказ от использования заменителя при накоплении определенного количества наблюдений  $T^*$  (которое, однако, меньше количества наблюдений, используемого для «длинных» инструментов) и замена всех недостающих наблюдений (за даты, предшествующие обращению инструмента на рынке) на среднее либо на первое доступное наблюдение.

Возникает закономерный вопрос: возможно ли вместо «короткого» инструмента использовать напрямую имеющиеся статистические данные заменителя. Именно данный субъективный выбор заменителя представляется самым необоснованным шагом данного исследования с точки зрения статистического моделирования. Естественно, если бы заменитель на 100 % повторял динамику короткого инструмента, данный подход был бы наилучшим. Однако практические наблюдения показывают, что по мере накопления статистики короткий инструмент заведомо не будет иметь какой-либо заранее определенной взаимосвязи с заменителем (выбранным даже со 100 % соответствием описанным критериям). Кроме того, перед исследователем не стоит задача определить совместное распределение портфеля и «короткого» инструмента. Необходимо определить, какой вклад внесет «короткий» инструмент в итоговый риск портфеля и как будет изменяться эффект диверсификации в зависимости от его доли. В этом смысле заменитель представляет собой лишь ориентир, показывающий исследуемые влияния для инструментов с априори схожими качественными характеристиками.

4.2. *Вклад короткого инструмента в VaR портфеля.* Напомним элементарные формулы алгебры случайных величин, требующиеся в нашем исследовании:

$$E(a\xi + b\psi) = aE(\xi) + bE(\psi), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(a\xi + b\psi) &= a^2\sigma^2(\xi) + b^2\sigma^2(\psi) + 2ab * \sigma(\xi) * \sigma(\psi) * r(\xi, \psi) = \\ &= a^2\sigma^2(\xi) + b^2\sigma^2(\psi) + 2ab * \text{Cov}(\xi, \psi), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $E()$  – математическое ожидание случайной величины;  $\sigma^2()$  – дисперсия случайной величины;  $r()$  – корреляция случайных величин;  $\text{Cov}()$  – ковариация случайных величин.

Далее необходимо сделать небольшое теоретическое отступление. В общем случае, заранее распределение суммы двух случайных величин неизвестно и, более того, даже может не иметь представления среди общеизвестных функций распределения. Одним из исключений является сумма нормально распределенных случайных величин, которая распределена также нормально с параметрами согласно (3), (4).

Напомним тот факт [2], что квантиль  $K_\alpha$  любого нормального распределения с параметрами  $(\mu, \sigma^2)$  может быть представлен через квантиль стандартного нормального распределения в виде

$$K_\alpha(\mu, \sigma^2) = \sigma K_\alpha(0; 1) + \mu. \quad (5)$$

Далее перейдем от (4) к его квантильному представлению (для упрощения выкладок примем  $E(\xi) = E(\psi) = 0$ . Аналогичная зависимость сохраняется и при ненулевом мат. ожидании):

$$\begin{aligned}
& K_{\alpha}^2(a\xi + b\psi) \stackrel{(5)}{=} \sigma^2(a\xi + b\psi) * K_{\alpha}^2(0; 1) \stackrel{(4)}{=} \\
& = (a^2\sigma^2(\xi) + b^2\sigma^2(\psi) + 2ab * \sigma(\xi) * \sigma(\psi) * r(\xi, \psi)) * K_{\alpha}^2(0; 1) = \\
& = a^2\sigma^2(\xi) * K_{\alpha}^2(0; 1) + b^2\sigma^2(\psi) * K_{\alpha}^2(0; 1) + \\
& \quad + 2ab * \sigma(\xi) * K_{\alpha}(0; 1) * \sigma(\psi) * K_{\alpha}(0; 1) * r(\xi, \psi) \stackrel{(5)}{=} \\
& = a^2 K_{\alpha}^2(\xi) + b^2 K_{\alpha}^2(\psi) + 2ab * K_{\alpha}(\xi) * K_{\alpha}(\psi) * r(\xi, \psi) = \\
& = a^2 K_{\alpha}^2(\xi) + b^2 K_{\alpha}^2(\psi) + 2ab * \text{Cov}(\xi, \psi) * K_{\alpha}^2(0; 1).
\end{aligned} \tag{6}$$

Как видим, равенство (6) представляет собой представление VaR портфеля (так как  $K_{\alpha} \equiv VaR_{\alpha}$ ) через VaR входящих в него инструментов при соблюдении гипотез о нормальности доходностей инструментов.

Рассмотрим вопрос о применимости использования нормального распределения для моделирования VaR.

В современной практике большинство исследователей принимают как данное гипотезу о нормальности доходностей исследуемых инструментов (особенно при моделировании портфеля, состоящего из большого числа инструментов), даже в случае если расчеты опровергают нормальность на допустимом для исследователя уровне. Дело в том, что исходя из теоретических оснований расчет VaR представляет собой некоторую иллюстративную ожидаемую вероятную величину потерь. Реальные потери, естественно, либо превысят, либо будут ниже расчетного VaR. В этой ситуации на первое место выходит не 100 % соответствие гипотезам при моделировании, а гибкость и простота расчетов, а также общепризнанность лежащей в их основе методик.

Конечно, на сегодняшний день существуют достаточное количество продвинутых методик расчета VaR, учитывающих как ненормальность распределения доходностей, так и кластеризацию волатильности доходностей во времени (см.: [9; 11; 12]). Они часто применяются при моделировании VaR одного инструмента либо портфеля с небольшим числом инструментов. Однако повсеместное использование продвинутых моделей возможно при выполнении следующих условий:

- возможность вычислительных мощностей и программных продуктов<sup>5</sup> быстро и гибко проводить расчеты;
- общепринятость и общеприменимость методик, лежащих в основе расчета VaR;
- общедоступность используемых статистических данных ввиду высокой чувствительности продвинутых методов к имевшим место колебаниям [14].

Далее в работе будем считать, что доходности всех используемых инструментов имеют нормальное распределение. Данная гипотеза нам необходима исключительно для обоснования правомерности использования квантильного равенства (6). Последствия нарушения данной гипотезы см. в п. 6.

**4.3. Расчет корреляций.** Как было сказано выше, индивидуальный VaR можно определить, выбрав соответствующие заменители. Однако при расчете VaR портфеля в целом необходимо рассчитать вклад данного инструмента в итоговый VaR. Конечно, возможно просто добавить величину VaR по «короткому» инструменту к рассчитанной величине VaR портфеля по длинным инструментам (что эквивалентно принятию корреляции инструмента с портфелем за +1), однако это почти наверно приведет к завышению VaR портфеля, так как не будет учтен эффект диверсификации (который всегда имеет место быть при корреляции инструментов менее +1). Стоит отметить, что именно учет эффекта диверсификации есть один из основных моментов, способствующих широкому применению методологии VaR в финансовых расчетах, поэтому задача определения корреляции является обоснованной.

<sup>5</sup> На сегодняшний день в финансовых программных продуктах расчет VaR реализован в основном как домножение стоимости портфеля на некий квантиль стандартного нормального распределения.

4.3.1 *Проблема стабильности портфеля.* Пожалуй, основную методологическую сложность данного исследования представляет проблема стабильности портфеля. А именно: портфель финансовых инструментов любой финансовой организации представляет собой постоянно меняющийся набор. Соответственно, не только доля, но и итоговый вклад «короткого» инструмента в стоимость портфеля в целом будет постоянно меняться. Например, если портфель «длинных» облигаций состоит из двух бумаг в одинаковом объеме, доходность которых имеют распределение  $\tau$  и  $-\tau$ , то с каким бы инструментом мы не анализировали корреляцию, данный показатель будет равен нулю. Однако при выбывании одной из облигаций из портфеля, очевидно, данный показатель должен быть пересмотрен.

Решение данной проблемы не вызывает особых сложностей, однако необходимо постоянно иметь в виду чувствительность корреляций к структуре портфеля.

Практическое решение данной проблемы возможно следующими способами.

- **Достаточность портфеля.** Если портфель «длинных» инструментов хорошо диверсифицирован и доля «короткого» инструмента незначительна, возможно провести единичный расчет корреляции заменителя данного инструмента с каким-либо индексом (например, с общим индексом рынка облигаций, отраслевыми стоимостными индексами, стоимостными индексами облигаций разных эшелонов). Данный метод позволяет, единожды проведя расчеты, использовать полученные результаты для ежедневных расчетов, при условии сохранения исходных предпосылок. Расчеты показывают, что в портфеле облигаций крупнейших российских эмитентов (ломбардный список Центрального банка) при доле «короткой» облигации не более 5 % изменение VaR, вызванное изменением структуры портфеля и, следовательно, корреляции его стоимости с заменителем, составляет не более 0,3 % от стоимостной оценки итогового VaR портфеля.

- **Калькуляционный.** Исходя из формулы расчета ковариации, имеем, что ковариация случайной величины с сумой случайных величин равна сумме ковариаций данной случайной величины с каждым из слагаемых:

$$\text{Cov}(\xi + \psi, \tau) = \text{Cov}(\xi, \tau) + \text{Cov}(\psi, \tau). \quad (7)$$

Соответственно, любое изменение портфеля представляет собой прибавление либо вычитание той или иной случайной величины, характеризующей доходность инструмента, что позволяет произвести перерасчет ковариации «короткого» инструмента с изменившимся портфелем согласно (7).

- **Обновление.** При относительной стабильности структуры портфеля, наиболее обоснованным является обязательный пересмотр ковариационной связи портфеля и заменителя короткого инструмента при каждом изменении его структуры.

Отметим также, что вне зависимости от выбранного способа пересчета корреляций обязательным является регулярный пересмотр как выбранных изначально заменителей, так и рассчитанных на их основе показателей!

4.3.2. *Коррелированность «коротких» инструментов.* В случае если в портфеле более одного «короткого» инструмента, необходимо также учесть их взаимосвязанность.

Решение данного вопроса также не вызывает затруднений.

При наличии хотя бы трех совместных наблюдений за доходностью «коротких» инструментов, возможно проводить регулярный расчет соответствующих попарных корреляций для использования их в дальнейших расчетах.

В случае полного отсутствия наблюдений за ценами, попарные корреляции следует принять за +1. Данный подход, возможно, даст несколько завышенную оценку риска, но, учитывая, что данное слагаемое домножается на произведение соответствующих относительно малых долей «коротких» инструментов, а также то, что в дальнейшем корреляция будет пересчитана, общее влияние данного завышения незначительно, что можно рассматривать как надбавку за неопределенность.

Также в целях уменьшения количества проводимых расчетов и при условии относительной стабильности перечня используемых коротких инструментов, возможно принять все попарные корреляции коротких инструментов за единую константу. Этот подход, естественно,

приведет к расхождению с реальными данными, однако, как было сказано выше, такое расхождение относительно не велико.

### 5. Техника расчетов VaR портфеля с «короткими» инструментами

Далее перейдем к описанию техники расчетов VaR портфеля с «короткими» инструментами в его составе.

5.1. Процедура расчета VaR «коротких» инструментов. Рассчитывается VaR «короткого» инструмента по заменителям (VaREx) на основе выборки из  $n$  заменителей (максимально доступное количество), соответствующих следующим критериям:

- единый эмитент «коротких» инструментов и заменителей, либо при отсутствии таковых эмитент, функционирующий в аналогичной отрасли (минимальное количество требуемых заменителей определяет исследователь. Можно рекомендовать не менее 2 и 5 аналогов в соответствующих случаях);
- дюрация заменителей близка к дюрации «короткого» инструмента;
- кредитный рейтинг эмитентов заменителей совпадает с рейтингом эмитента «короткого» инструмента.

Рассчитывается VaREx «короткого» инструмента по следующей формуле:

$$VaREx = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{D_{new}}{D_i} * VaR_i}{n}, \quad (8)$$

где  $D_{new}$  – дюрация «короткого» инструмента;  $D_i$  – дюрация  $i$ -го заменителя;  $VaR_i$  – VaR  $i$ -го заменителя.

Рассчитывается VaR «короткого» инструмента по имеющимся доступным наблюдениям ( $VaR_{new}$ ) как соответствующий квантиль имеющегося распределения доходностей.

Чтобы получить итоговую оценку VaR «короткого» инструмента ( $VaRV_z$ ), полученные  $VaREx$  и  $VaR_{new}$  взвешиваются по имеющимся наблюдениям следующим образом:

$$VaRV_z = VaR_{new} * \frac{t}{T} + VaREx * \frac{(T-t)}{T}, \quad (9)$$

где  $t$  – количество имеющихся наблюдений за ценами «короткого» инструмента;  $T$  – временной период, на основе которого производится расчет VaR.

Отметим, что выбор решения об использовании взвешивания по времени при накоплении статистики, а также выбор механизма взвешивания полностью зависит от исследователя.

5.2. Процедура расчета корреляций. За актив под номером 1 примем портфель в целом длинных инструментов.

Матрица корреляций имеет размерность  $(k + 1, k + 1)$ , где  $k$  – количество «коротких» инструментов в портфеле.

- $\rho(i, j) = 1$ , при  $i = j$ ;
- $\rho(i, j)$ , при  $i \neq j$  и  $i, j \neq 1$ . Коэффициенты корреляции между «короткими» инструментами, определяются на основе имеющейся статистики либо при ее отсутствии  $\rho(i, j) = 1$ . Также в целях уменьшения количества расчетов возможно принять  $\rho(i, j) = c$ ;
- $\rho(i, 1) = \rho(1, i)$ , при  $i \neq 1$ . Коэффициенты корреляции между рядом наблюдений «короткого» инструмента и рядом доходностей портфеля длинных инструментов. Расчет данного коэффициента производится согласно п. 4.3.1, при этом возможно произвести взвешивание по времени аналогично (9).

5.3. Процедура расчета итогового VaR портфеля. VaR портфеля ( $VaR_{port}$ ), содержащего  $k$  «коротких» инструментов, рассчитывается согласно (6):

$$VaR_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} VaR(i) * VaR(j) * L(i) * L(j) * \rho(i, j)}, \quad (10)$$

где  $VaR(1)$  – VaR портфеля, состоящего из длинных инструментов;  $L(1)$  – доля стоимости портфеля длинных инструментов в общей стоимости портфеля;  $VaR(s)$  – VaR  $s$ -го инструмента (рассчитывается согласно п. 4.1);  $L(i)$  – доля стоимости  $i$ -го инструмента в общей стоимости портфеля;  $L(j)$  – доля стоимости  $j$ -го инструмента в общей стоимости портфеля;  $\rho(i, j)$  – коэффициент корреляция  $i$ -го и  $j$ -го инструмента;  $\rho(i, 1)$ ,  $\rho(1, i)$  – коэффициенты корреляции инструмента и портфеля длинных инструментов.

Отметим, что приведенный алгоритм расчета VaR представляет собой синтез параметрического и исторического методов. Записав аналогично (10) равенство для дисперсий, мы получим в чистом виде параметрический метод расчета VaR, также на основе полученных параметров распределений возможно провести имитационное моделирование. Однако в описанном подходе мы несколько отошли от гипотезы нормальности доходностей инструментов, а также внесли некоторые практические корректировки на основе исторических данных при расчете используемых числовых параметров.

## 6. Нарушение гипотезы о нормальности <sup>6</sup>

Рассмотрим два возможных нарушения гипотезы о нормальности доходностей и их последствия:

- высоковершинность распределения (толстые хвосты, высокий эксцесс);
- скошенность (положительный коэффициент асимметрии, правая асимметрия, «колокол» распределения сдвинут влево).

Последствия первого нарушения состоят в том, что «масса» распределения «размазана» по хвостам, соответственно, высокие квантили (близкие к краям) возрастают достаточно медленно. Как результат: при низких уровнях доверия VaR портфеля будет переоценен, при высоких – недооценен.

Последствия второго нарушения также легко описываются. В целом необходимо принять к сведению общее правило: в какой области сконцентрирована «масса» распределения, в той области будет недооценка VaR. В нашем случае: при сдвиге колокола влево, расчетные левые квантили <sup>7</sup> будут меньше реальных значений. Данное правило справедливо и для тонких / толстых «хвостов» распределения.

Интересным представляется факт, что при схожей ненормальности инструментов портфеля (одинаковая асимметрия и вершинность) результаты применения описанного подхода близки к реальности. Отметим, что несмотря на наличие некоторых моделей, учитывающих ненормальность распределения доходностей, подхода, учитывающего все возможные виды совместных распределений доходностей, не существует. Результаты ограничиваются приблизительной оценкой завышенности / заниженности расчетных значений VaR.

## 7. Пример расчета VaR портфеля с «короткими» инструментами

Для данного иллюстративного примера были выбраны 12 облигаций российских эмитентов с достаточным количеством наблюдений (более 1 года) из которых 10 представляют собой портфель «длинных» инструментов, а 2 остальных играют роль тестовых «коротких» инструментов (т. е. количество наблюдений за их ценами будет искусственно уменьшено). Далее производится расчет VaR общего портфеля в соответствии с описанной методикой, и полученные результаты сравниваются с реальными данными.

Для анализа используются данные по рыночным котировкам облигаций российских эмитентов за календарный год с 03.09.2007 по 28.08.2008. Для облигаций, обращающихся на

<sup>6</sup> Более подробно см.: [1; 3; 4; 13].

<sup>7</sup> Стоит заметить, что везде в данном исследовании речь идет о длинных позициях по инструменту, соответственно потери возникают при снижении стоимости данного инструмента и в расчет берутся левые квантили распределений доходностей.

российском рынке, использованы ежедневные котировки ММВБ<sup>8</sup>. Для еврооблигаций использованы данные информационной системы Bloomberg (табл. 1).

Таблица 1

## Список используемых облигаций

№	Облигация	Эмитент
1	ALRS-14	Алроса
2	Lukoil-17	Лукойл
3	RUAG-17	Россельхозбанк
4	Sistema-11	Система
5	TNK BP-12	ТНК-BP
6	Мос. Обл. 6в	Московская область
7	ГАЗПРОМ А4	Газпром
8	Лукойл 2	Лукойл
9	ТМК-03	Трубная металлургическая компания
10	ФСК ЕЭС-02	ФСК ЕЭС
11	Vimpelcom-11 *	Вымпелком
12	РусСтанд-6 *	Банк Русский Стандарт

\* Примечание: данные облигации выбраны в качестве тестовых «коротких» инструментов.

Отметим, что выбор «коротких» облигаций не случаен. Vimpelcom-11 представляет собой облигацию, для которой гипотеза о нормальности доходностей выполнена, в отличие от РусСтанд-6, что позволит проиллюстрировать возникающие сложности.

Далее составим некоторый модельный портфель длинных инструментов (250 наблюдений) и искусственно уменьшенных «коротких» инструментов (50 наблюдений) (табл. 2).

Таблица 2

## Итоговый портфель облигаций

Инструмент	Доля в итоговом портфеле, %	Стоимость / Дата				
		05.09.2008	04.09.2008	03.09.2008	02.09.2008	01.09.2008
«Длинные» инструменты						
ALRS-14	8,6	100,0284	100,8962	101,0323	101,6373	101,788
Lukoil-17	7,6	87,7954	89,482	89,6022	89,503	89,7976
RUAG-17	7,5	87,1672	87,8669	88,578	88,8652	89,1623
Sistema-11	8,7	101,1658	101,3389	101,3649	101,351	101,2549
TNK BP-12	7,9	91,2694	93,0641	92,5997	92,6867	92,6771
Мос обл 6в	8,3	95,75	97,03	97,76	97,97	97,77
ГАЗПРОМ А4	8,5	99,11	99,43	99,68	99,68	99,66
Лукойл2обл	8,6	99,17	99,47	99,47	99,48	99,59
ТМК-03 обл	8,6	100,21	100,45	100,47	100,88	101,05
ФСК ЕЭС-02	8,5	98,55	99,09	99,44	99,84	99,76
Портфель «длинных» облигаций	82,8	960,2162	968,1181	969,9971	971,8932	972,5099
«Короткие» инструменты						
Vimpelcom-11	8,7	100,3947	100,6966	100,7829	100,904	100,9722
РусСтанд-6	8,5	98,61	98,61	98,65	98,62	98,4
Итоговая стоимость портфеля	100	1159,2209	1167,4247	1169,43	1171,4172	1171,8821

<sup>8</sup> www.micex.ru

Перейдем к расчету дневных доходностей облигаций  $(P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$ . Также проанализируем их характеристики (табл. 3, 4).

Таблица 3

## Доходности инструментов и портфеля

Инструмент	Доходность / Дата				
	05.09.2008	04.09.2008	03.09.2008	02.09.2008	01.09.2008
«Длинные» инструменты					
ALRS-14	-0,0086	-0,0013	-0,0060	-0,0015	-0,0017
Lukoil-17	-0,0188	-0,0013	0,0011	-0,0033	-0,0006
RUAG-17	-0,0080	-0,0080	-0,0032	-0,0033	0,0003
Sistema-11	-0,0017	-0,0003	0,0001	0,0009	-0,0006
TNK BP-12	-0,0193	0,0050	-0,0009	0,0001	0,0001
Мос обл бв	-0,0132	-0,0075	-0,0021	0,0020	0,0001
ГАЗПРОМ А4	-0,0032	-0,0025	0,0000	0,0002	0,0004
Лукойл2обл	-0,0030	0,0000	-0,0001	-0,0011	0,0002
ТМК-03 обл	-0,0024	-0,0002	-0,0041	-0,0017	0,0000
ФСК ЕЭС-02	-0,0054	-0,0035	-0,0040	0,0008	0,0000
Портфель «длинных» облигаций	-0,0082	-0,0019	-0,0020	-0,0006	-0,0002
«Короткие» инструменты					
Vimpelcom-11	-0,0030	-0,0009	-0,0012	-0,0007	0,0003
РусСтанд-6	0,0000	-0,0004	0,0003	0,0022	0,0000
Итоговая стоимость портфеля	-0,0070	-0,0017	-0,0017	-0,0004	-0,0001

Таблица 4

## Характеристики доходности «коротких» инструментов и портфеля

Показатель	Vimpelcom-11	Уровень значимости	РусСтанд-6	Уровень значимости	Портфель	Уровень значимости
Минимум	-0,0068		-0,0117		-0,0082	
Максимум	0,0054		0,0209		0,0023	
Среднее	-0,0001		0,0001		-0,0002	
Дисперсия	0,0000		0,0000		0,0000	
Среднеквадратическое отклонение	0,0016		0,0021		0,0011	
Асимметрия	-0,3188	[0,0392]	3,0195	[0,0000]	-1,0199	[0,0000]
Экссесс	1,9403	[0,0000]	46,3772	[0,0000]	5,8858	[0,0000]

Как видно, доходности Vimpelcom-11 наиболее близки к нормальному распределению. Все три ряда характеризуются высоковершинностью (эксцесс больше 0). РусСтанд-6 имеет правую асимметрию, однако ее влияние полностью нивелируется чрезмерно высоким эксцессом. Особо нежелательным выглядит отличие от нормального распределения доходностей портфеля длинных инструментов (наличие как левой асимметрии, так и высоковершинности), однако отметим, что с точки зрения итоговых результатов желательным является «схожесть» (в смысле по знаку и числовым значениям) параметров распределения всех инструментов в портфеле, чтобы при расчетах вклад каждого инструмента соответствовал его доле в портфеле и не являлся «выбросом» ввиду отличности его распределения.

Перейдем к подбору заменителей. Для анализа используется однодневный VaR на уровне доверия 95 %. Показатель дюрации взят на вэб-ресурсе<sup>9</sup> на 01.09.2008. Корреляции рассчитаны по 250 наблюдениям. На основе информации кредитных рейтинговых агентств принято

<sup>9</sup> www.rusbonds.ru; www.cbonds.ru; www.micex.ru; www.bloomberg.com

решение, что вероятности дефолтов выбранных заменителей близки. Результаты представлены в табл. 5.

Таблица 5

Параметры выбранных заменителей

Инструмент	Дюрация	VaR, %	Корреляция с портфелем «длинных» инструментов
Vimpelcom11	2,6		
Megafon09	1,2	-0,19	-0,53
MTS10	1,8	-0,28	0,14
Sistema11	2,1	-0,25	0,49
MTS12	2,9	-0,36	0,62
	Дюрация	VaR, %	Корреляция с портфелем «длинных» инструментов
РусСтанд-6	0,5		
РусСтанд-5	0,1	-0,48	0,13
РусСтанд-8	0,2	-0,40	0,08
РусСтанд-7	0,6	-0,38	0,1
СвязьБанк1	0,6	-0,50	0,58
РоссельхозБанк 2	2,1	-0,81	0,96

Согласно п. 5.1 рассчитаны VaR «коротких» инструментов с использованием заменителей (табл. 6). Согласно п. 5.2 проанализированы корреляционные связи (табл. 7).

Таблица 6

VaR портфеля и «коротких» инструментов

Портфеля «длинных» инструментов	-0,1944%	
«Коротких» инструментов	Vimpelcom-11	РусСтанд-6
По заменителям	-0,3669%	-0,7626%
Реальные (рассчитаны на основе всех 250 наблюдений)	-0,3051%	-0,0863%

Таблица 7

Корреляции портфеля заменителей (и взвешенные)

Показатель корреляций	Vimpelcom-11	РусСтанд-6
Действительные (по 250 наблюдениям)	0,56418	0,06427
Заменителей	0,51170	0,39663
Действительные (по 50 наблюдениям для расчета взвешенных)	0,54850	0,11084
Взвешенные	0,51906	0,33947

Заметим, что значения, рассчитанные с использованием заменителей, довольно хорошо соответствуют реальным в случае Vimpelcom-11. Показатели РусСтанд-6 далеки от реальных, что вызвано спецификой распределения доходностей, описанной выше.

Перейдем к расчету итогового VaR портфеля по формуле согласно п. 5.3. Будем использовать несколько вариантов расчета корреляций и проведем сравнение с реальными данными (табл. 8).

При использовании корреляций между «короткими» инструментами +1, получим итоговый расчетный VaR = 0,2827 % (прирост на 0,006 %). При использовании взвешенных корреляций, имеем VaR = 0,2740 (прирост – 0,002 %).

Таблица 8

## Расчетный VaR портфеля

Показатель	Vimpelcom-11	РусСтанд-6	Портфель «длинных» инструментов	Итог
Доля	8,7 %	8,5 %	82,8 %	
Корреляция инструмента с портфелем «длинных» инструментов	0,5117	0,3966	–	
Корреляция инструментов между собой	0,0153	0,0153	–	
VaR	–0,3051 %	–0,0863 %	–0,1944 %	
Итоговый VaR (расчетный)				–0,2761 %
Реальный VaR общего портфеля				–0,1757 %

Как видим, эффект воздействия на итоговый VaR корреляций между «короткими» инструментами пропорционален произведению их долей и в общем случае незначителен.

Что касается адекватности расчетов VaR по заменителям, то расхождение более чем на 0,1 % для однодневного VaR представляется чрезвычайно большим<sup>10</sup>.

Для того чтобы определить, что послужило источником расхождений (некорректность методики либо используемых данных), произведем дополнительные расчеты. В начале подставим реальные значения всех показателей в VaR по заменителям. Также проведем расчет с использованием одного «короткого» инструмента Vimpelcom-11, который, как показано выше, соответствует необходимым гипотезам.

Таблица 9

## Расчетный VaR портфеля по реальным данным

Показатель	Vimpelcom-11	РусСтанд-6	Портфель «длинных» инструментов	Итог
Доля	8,7 %	8,5 %	82,8 %	
Корреляция инструмента с портфелем «длинных» инструментов	0,56418	0,06427	–	
Корреляция инструментов между собой	0,1000	0,1000	–	
VaR	–0,3669 %	–0,7626 %	–0,1944 %	
Итоговый VaR (расчетный)				–0,2415 %
Реальный VaR общего портфеля				–0,1757 %

Как видно из табл. 9, результаты разработанного подхода стали более близки к реальным, однако, высоковершинность РусСтанд-6 не позволяет получить более точную оценку. Отметим, что в случае использования более высокого квантиля (например, 99,5 %) имела бы место ситуация, в которой расчетный VaR был бы занижен по отношению к реальному, так как при высоком эксцессе распределения с некоторого момента квантили начинают возрастать чрезвычайно быстро при увеличении уровня доверия. Далее проведем расчет с использованием одного «короткого» инструмента Vimpelcom-11 (табл. 10), который, как показано выше, соответствует необходимым гипотезам.

<sup>10</sup> К сожалению, формальный критерий «допустимости» расхождения для определенного периода и уровня доверия VaR отсутствует. Решение принимается на основе экспертного мнения.

Таблица 10

## Расчетный VaR при одном «коротком» инструменте

Показатель	Vimpelcom-11	Портфель «длинных» инструментов	Итог
Доля	51 %	49 %	
Корреляция инструмента с портфелем «длинных» инструментов	0,56418	–	
VaR	–0,3051 %	–0,1944 %	
Итоговый VaR (расчетный)			–0,2238 %
Реальный VaR общего портфеля			–0,2318 %

Полученное расхождение (менее 0,01 %) вполне допустимо и может быть объяснено несоответствием реального VaR Vimpelcom-11 и VaR заменителей. Очевидно, что при соблюдении гипотез, результаты подхода с использованием заменителей являются близкими к действительности.

## 8. Заключение

Предложенный метод расчета VaR с использованием заменителей позволяет оценивать VaR портфеля, содержащего инструменты, статистические данные по которым отсутствуют. При выполнении некоторых предположений (основным из которых является гипотеза о нормальности распределения доходностей инструментов портфеля) полученные результаты хорошо согласуются с реальными данными.

Необходимо отметить, что все полученные количественные значения чрезвычайно чувствительны к структуре портфеля, выбору заменителей и выбранному анализируемому периоду времени. Добавление или изъятие нескольких бумаг из портфеля, выбор в качестве заменителя инструмента с отличающимися характеристиками, сдвиг используемых данных хотя бы на месяц, могут привести к значимым количественным изменениям в осуществляемых расчетах. Однако при выполнении требуемых гипотез адекватность результатов сохранится.

Отметим, что данный способ не применим для инструментов с нелинейной доходностью (опционы и др.), для которых требуются не только специфические методики оценки VaR инструмента, но и довольно продвинутое методики анализа подверженности рыночному риску портфеля данных инструментов, например дельта-гамма-вега-приближение позволяет рассчитывать VaR для портфеля опционов с одним базовым активом. Хотя также предполагается нормальность распределения доходностей.

Дальнейшим развитием предложенного метода является его приложение в случае ненормальности распределения доходностей инструментов. Необходимо проанализировать, возможно ли на основе каких-либо статистик модифицировать алгоритм расчета без особого его усложнения для получения адекватных результатов в случае произвольного распределения.

## Список литературы

1. Буренин А. Н. Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов: Учеб. пособие. М.: Федеративная Книготорговая Компания, 1998. 347 с.
2. Сулов В. И., Ибрагимов Н. М., Талышева Л. П. и др. Эконометрия: Учеб. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2005. 738 с.
3. Rogov M. A. Risk-менеджмент. М.: Финансы и статистика, 2001. 118 с.
4. Лобанов А. А., Чугунов А. В. Энциклопедия финансового риск-менеджмента. М.: Альпина Паблишер, 2003. 786 с.
5. Лобанов А. А., Порох А. В. Анализ применимости различных моделей расчета value at risk на российском рынке акций // Рынок ценных бумаг. 2001. № 2. С. 65–75.
6. Кадников А. А. Оценка рыночной ликвидности рублевых облигаций: Материалы XLVI междунар. науч. студ. конф. «Студент и научно-технический прогресс»: Экономика. Новосибирск, 2008. С. 136.

7. *The Professional Risk Managers' Handbook*. A Comprehensive Guide to Current Theory and Best Practices. The Professional Risk Managers' International Association, 2004.
8. *RiskMetrics* – Technical Document. J. P. Morgan. N. Y., 1997.
9. *Alexander C.* Market Models: A Guide to Financial Data Analysis. Chichester: Wiley, 2001. 514 p.
10. *Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R.* The Best of Both Worlds: a Hybrid Approach to Calculating Value at Risk // *Risk*. 1998. Vol. 11(5). P. 64–67.
11. *Bauwens L., Laurent S., Rombouts J.* Multivariate GARCH Models: a Survey // *The Journal of Applied Econometrics*. 2006. Vol. 21. P. 79–109.
12. *Berkowitz J., O'Brien J.* How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks? // *The Journal of Finance*. 2002. Vol. LVII. P. 1093–1112.
13. *Jorion P.* Financial Risk Manager Handbook 2001–2002. N.Y.: John Wiley & Sons, Ltd., 2001. 1360 p.
14. *Hull J., White A.* Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for Value-at-Risk // *Journal of Risk*. 1998. Vol. 1. P. 5–19.

*Материал поступил в редколлегию 02.02.2009*

**A. A. Kadnikov**

#### **VAR FOR SHORT-TERM DATA SECURITIES PORTFOLIO**

The article introduces a methodology of calculating Value-at-Risk for a portfolio of securities with a short history of trades. A theoretical justification of used approach and results of the violation of the hypothesis are given. The algorithm can be used by financial institutions to analyze the market risk of securities portfolio.

*Keywords:* portfolio, securities, bonds, market risk, duration, credit rating, yield, non-normal yield distribution.