УДК 539.3:621.396.67

А. С. Евдокимов, С. В. Пономарёв

ОСП «НИИ прикладной математики и механики
Томского государственного университета»
пр. Ленина, 36, Томск, 634050, Россия
E-mail: eas1985@mail.ru

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРУПНОГАБАРИТНЫХ КОСМИЧЕСКИХ РЕФЛЕКТОРОВ

Рассматривается комплексная методика компьютерного моделирования перспективных рефлекторов, основанная на механике деформированного твердого тела и радиофизике.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, напряженно-деформированное состояние, крупногабаритный рефлектор, метод конечных элементов, метод физической оптики, формы собственных колебаний, диаграмма направленности, коэффициент усиления.

Введение

Моделирование крупногабаритных трансформируемых рефлекторов является актуальным направлением разработки и создания конструкций систем спутниковой связи и зондирования поверхности Земли, так как экспериментальная отработка подобных конструкций требует больших материальных и временных затрат. На рис. 1 показан спутник Thuraya с ободной конструкцией рефлектора [1].

Основными конструктивными элементами ободных космических рефлекторов является ферменный обод, обеспечивающий заданный профиль отражающей поверхности и ориентацию рефлектора, сама отражающая поверхность, а также вантовая система. Ферменный обод диаметром 12 м представляет собой стержневую конструкцию, собранную из жестких углепластиковых элементов (рис. 2).

Основные требования к конструкциям рефлекторов заключаются в высокой точности формы отражающей поверхности и наведения, высокой температурной стабильности и радиоотражающей способности антенных систем.

Варианты методик расчета радиотехнических характеристик крупногабаритных рефлекторов рассматривались в работах J. Ruze [1], M. W. Thomson [2], в монографии М. В. Гряника [3] для зонтичных конструкций. Однако учет искажений отражающей поверхности производился на основе экспериментальных измерений или на основе сильно упрощенных допущений о деформациях отражающей поверхности.

Целью комплексного моделирования является повышение точности за счет использования для расчета радиотехнических характеристик равновесной формы отражающей поверхности, полученной в результате компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) рефлектора с позиций механики деформируемого твердого тела при отработочных нагрузках на Земле и при функционировании в космосе.

Постановка задачи о НДС рефлектора

Пусть изменение положения точки элемента конструкции при деформировании обозначается вектором перемещений $\mathbf{u}(t) = [u_1, u_2, u_3]^T$. Связь между тензором деформаций и вектором перемещений представима в виде $\mathbf{e} = \mathbf{Bu} + \mathbf{Aq}/2$, где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \partial u_1/\partial x_1 & \partial u_2/\partial x_1 & \partial u_3/\partial x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial u_1/\partial x_2 & \partial u_2/\partial x_2 & \partial u_3/\partial x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial u_1/\partial x_3 & \partial u_2/\partial x_3 & \partial u_3/\partial x_3 \\ \partial u_1/\partial x_2 & \partial u_2/\partial x_2 & \partial u_3/\partial x_2 & \partial u_1/\partial x_1 & \partial u_2/\partial x_1 & \partial u_3/\partial x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial u_1/\partial x_3 & \partial u_2/\partial x_3 & \partial u_3/\partial x_3 & \partial u_1/\partial x_2 & \partial u_2/\partial x_2 & \partial u_3/\partial x_2 \\ \partial u_1/\partial x_3 & \partial u_2/\partial x_3 & \partial u_3/\partial x_3 & 0 & 0 & 0 & \partial u_1/\partial x_1 & \partial u_2/\partial x_1 & \partial u_3/\partial x_1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 & 0 & \partial/\partial x_2 & 0 & \partial/\partial x_3 \\ 0 & \partial/\partial x_2 & 0 & \partial/\partial x_1 & \partial/\partial x_3 & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial x_3 & 0 & \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{q} = [\partial u_1/\partial x_1\ \partial u_2/\partial x_1\ \partial u_3/\partial x_1\ \partial u_1/\partial x_2\ \partial u_2/\partial x_2 \partial u_3/\partial x_2\ \partial u_1/\partial x_3\ \partial u_2/\partial x_3\ \partial u_3/\partial x_3]^T;$$

$$\mathbf{e} = [e_{11}\ e_{22}\ e_{33\,e12}\ e_{23}\ e_{31}]^T.$$

Тензор напряжений имеет компоненты $\boldsymbol{\sigma} = [\ \sigma_{11}\ \sigma_{22}\ \sigma_{33}\ \sigma_{12}\ \sigma_{23}\ \sigma_{31}\ ]^T$. Физические соотношения между напряжениями и деформациями, учитывающие температурные деформации и начальные напряжения, имеют следующий вид: $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\mathbf{e} - \mathbf{e}_T) + \boldsymbol{\sigma}_0$, где $\mathbf{e}_T = [\alpha_1\Delta T\ \alpha_2\Delta T\ \alpha_3\Delta T\ 0\ 0\ 0]^T$ – вектор температурных деформаций; $\boldsymbol{\sigma}_0$ – вектор начальных напряжений; $\mathbf{D}$ – матрица материальных констант.

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix},$$

где E и ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала конечного элемента.

Система уравнений равновесия имеет вид

$$\mathbf{B}^T\sigma + \mathbf{p} = \rho\ddot{\mathbf{u}},$$

где $\mathbf{p}$ – вектор объемной силы. Добавление начальных и граничных условий делает постановку задачи с позиций механики деформируемого твердого тела полной. В результате такой постановки получается нелинейная задача.

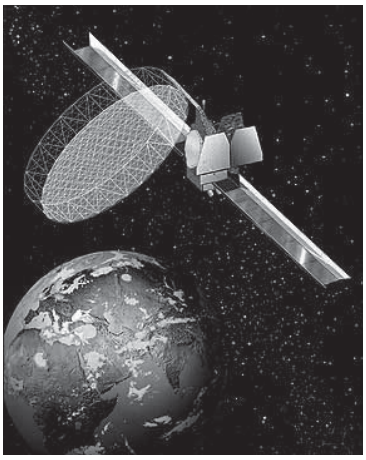

Рис. 1. Спутник Thuraya

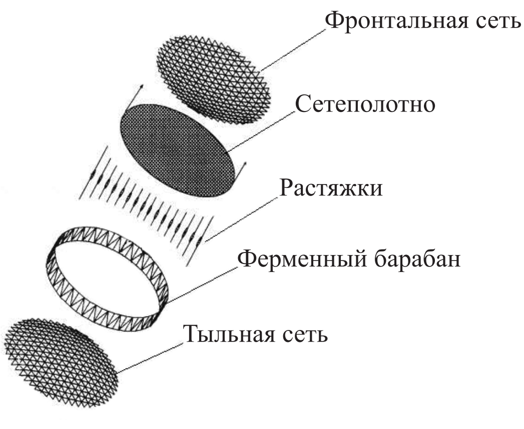

Рис. 2. Основные компоненты конструкции рефлектора

Основой для отыскания деформированной формы отражающей поверхности и остальной части рефлектора является принцип возможных перемещений для упруго-динамических задач [4]

$$\int_V [\rho \ddot{\mathbf{u}}^T \delta\mathbf{u} + \sigma\delta\mathbf{e} - \mathbf{p}\delta\mathbf{u}]\mathbf{dV} = 0,$$

где δ – вариации соответствующих величин; $\mathbf{p}$ – вектор массовых сил; $\ddot{\mathbf{u}}$ – вектор ускорения.

Для получения численного решения задачи о напряженно-деформированном состоянии рефлектора использовался метод конечных элементов [5]. Пространственная геометрическая модель рефлектора разбивалась на конечные элементы, в которых аппроксимация перемещений $\mathbf{u}$ выбиралась, как линейная зависимость от узловых перемещений $\mathbf{u} = \mathbf{\Psi U}$, где $\mathbf{\Psi}$ – матрица, образованная базисными функциями; $\mathbf{U}$ – вектор узловых перемещений конечного элемента.

Тогда выражение деформаций через перемещения и напряжений через деформации в векторном виде примут вид

$$\mathbf{e} = \mathbf{B}_0\mathbf{U} + \mathbf{A\Theta} / 2,\ \delta\mathbf{e} = (\mathbf{B}_0 + \mathbf{AG})\delta\mathbf{U},$$
$$\mathbf{\Theta} = \mathbf{GU},\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\mathbf{e} - \mathbf{e}_T) + \boldsymbol{\sigma}_0,\ \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}\Psi.$$

Граничные условия учитывались заданием нулевых перемещений узлов конечных элементов в местах крепления рефлектора к штанге, связывающего его с космическим аппаратом. Влияние температурных нагрузок на напряженно-деформированное состояние конструкции моделировалось через зависимость напряжений от деформаций внутри каждого конечного элемента. Решение подобной нелинейной задачи позволяет получить равновесную форму отражающей поверхности и напряженно-деформированное состояние при заданных геометрических параметрах рефлектора, физико-механических характеристиках материалов элементов конструкции, начально-краевых условиях и нагрузках.

Для моделирования напряженно-деформированного состояния на поверхности Земли рассмотрены три положения рефлектора: «чаша вниз», «чаша вверх», «вертикальная вывеска». Граничные условия соответствовали полному закреплению ободной конструкции в узлах связи со штангой от космического аппарата. Объемная нагрузка соответствовала ускорению свободного падения у поверхности Земли. В плоскости раскрыва рефлектора задавались начальные напряжения $\boldsymbol{\sigma}_0$ отражающей поверхности, соответствующие рабочим натяжениям сетеполотна. В качестве обобщенной меры отклонения отражающей поверхности рефлектора в равновесном состоянии использовалось среднеквадратичное значение отклонений (СКО) полученной расчетной поверхности в узлах конечно-элементной сетки от поверхности соответствующего параболоида.

При расчете форм и частот собственных колебаний было рассмотрено закрепление рефлектора в точках соединения со штангой от космического аппарата. Такие граничные условия соответствуют консольному закреплению ободной фермы.

Решение механических задач проводилось методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе ANSYS. Средствами ANSYS была построена геометрическая и конечно-элементная модели космического рефлектора с фермой натяжения. Методика решения нелинейной задачи основывалась на ранее разработанной методике для зонтичных рефлекторов [6].

Радиофизическое моделирование

Определение основных радиотехнических характеристик антенн связано с получением выражения для электромагнитного поля в дальней зоне, когда источниками поля являются заданные сторонние токи j на отражающей поверхности рефлектора.

Система уравнений Максвелла имеет вид [7]

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = -i\omega\varepsilon\mathbf{E} + j,$$
$$\text{rot}\,\mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H}.$$

С помощью соотношений

$$\mathbf{H} = \text{rot}\,\mathbf{A},$$
$$\mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{A} + \frac{i}{\omega\varepsilon}\text{grad div}\mathbf{A}$$

вводится векторный потенциал $\mathbf{A}$. Уравнения Максвелла для векторного потенциала в декартовой системе координат дают векторное уравнение Гельмгольца

$$\Delta\mathbf{A} + k^2\mathbf{A} = -\mathbf{j},$$

где $k = \omega(\varepsilon\ \mu)^{1/2}$ – волновое число.

В каждой точке поверхности зеркала рефлектора возникает поверхностный ток, фаза,

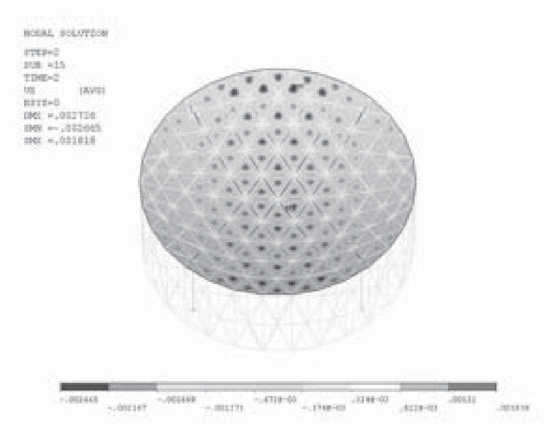

Рис. 3. Распределение перемещений (м) по оси Z при воздействии силы тяжести

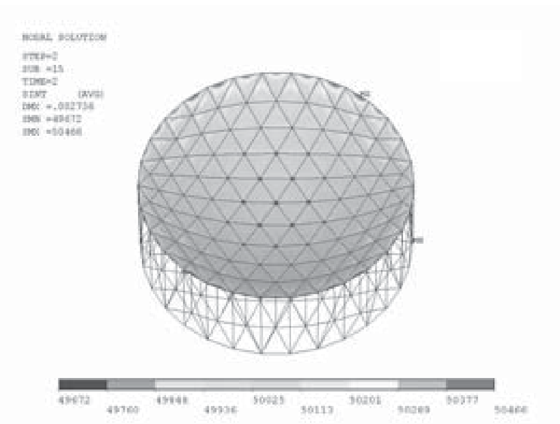

Рис. 4. Интенсивность напряжения отражающей поверхности

амплитуда и направление которого определяются соотношением

$$\mathbf{j}_s = 2\,[\mathbf{n}_0\mathbf{H}], \qquad (1)$$

где $\mathbf{j}_s$ – вектор плотности поверхностного тока в данной точке зеркала; $\mathbf{H}$ – вектор напряженности первичного магнитного поля облучателя в этой точке; $\mathbf{n}_0$ – орт нормали к поверхности зеркала в этой же точке.

Соотношение (1) является точным только в случае падения плоской волны на плоскую бесконечно большую поверхность. Напряженность первичного магнитного поля облучателя определяется формулой

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}\frac{e^{-i\beta r}}{r},$$

где $\mathbf{A}$ – коэффициент, не зависящий от r и характеризующий направленные свойства облучателя; r – расстояние от фазового центра облучателя до точки, в которой определяется поле. Для построения картины токов, возникающих на отражающей поверхности рефлектора под влиянием поля облучателя, необходимо знать распределение вектора $\mathbf{A}$ в пространстве, т. е. векторную диаграмму направленности облучателя. Распределение тока на зеркале определяется по формуле (1), которая в скалярной форме приобретает вид

$$\begin{aligned} j_{sx} &= 2(n_y H_z - n_z H_y),\\ j_{sy} &= 2(n_z H_x - n_x H_z),\\ j_{sz} &= 2(n_x H_y - n_y H_x). \end{aligned}$$

Зная распределение тока на поверхности зеркала, можно определить направленные свойства параболической антенны. Для этого необходимо проинтегрировать по всей поверхности зеркала выражение для напряженности поля, создаваемого элементом поверхности зеркала, рассматривая его как элементарный электрический вибратор.

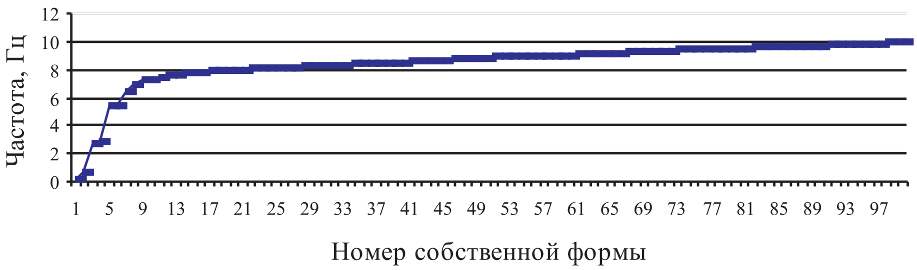

Рис. 5. Зависимость частот собственных колебаний рефлектора от номера собственной формы

Поле излучения параболоида можно представить в виде

$$E = -\frac{iZ_b \sin\gamma_x}{2r\lambda} e^{-i\beta r} \int\limits_{S_a} j_{sx} e^{-iq} dS,$$

$$E_{\text{пер}} = -\frac{iZ_b \sin\gamma_x}{2r\lambda} e^{-i\beta r} \int\limits_{S_a} j_{sy} e^{-iq} dS,$$

где S_a – поверхность параболоида, используемая в качестве антенны; E – напряженность поля, созданного токами основной поляризации; $E_{\text{пер}}$ – напряженность поля, созданного токами перекрестной поляризации. Угол q определяется относительно луча, идущего прямо от облучателя до точки приема.

В качестве численного метода использовалось сочетание метода моментов и метода физической оптики. Отражающая поверхность разбивалась на элементарные площадки треугольной формы. Наибольшее количество узлов в некоторых расчетах достигало величины $1{,}5 \cdot 10^6$ из соображений, что длина элемента не должна превышать 10^{-1} длины волны. Для расчета радиотехнических характеристик применялся пакет FEKO [1] − система 3D электромагнитного моделирования.

Результаты механического анализа

Для положения рефлектора «чаша вверх» результаты показаны на рис. 3–4.

Распределение перемещений в направлении, перпендикулярном к плоскости раскрыва, показывает, что отражающая поверхность рефлектора в положении чашей «вверх» имеет СКО меньше, чем чашей «вниз». Полученные результаты согласуются с результатами [8].

На рис. 4 приведен характер распределения интенсивности напряжения отражающей поверхности, позволяющий говорить о достаточной равномерности натяжения сетеполотна и соответственно о возможных незначительных отклонениях величины коэффициента отражения радиоволн от оптимального значения.

Динамические расчеты используются для определения собственных частот и форм колебаний, которые являются важными характеристиками, учитываемыми при проектировании конструкции в целях учета в условиях динамического силового воздействия.

По результатам расчетов построен график зависимости собственных частот рефлектора от натяжения фронтальной сети (рис. 5). Полученные результаты по значениям частот собственных колебаний хорошо согласуются с расчетными данными рефлектора AstroMesh [2].

Рис. 6. Геометрия модели параболического рефлектора

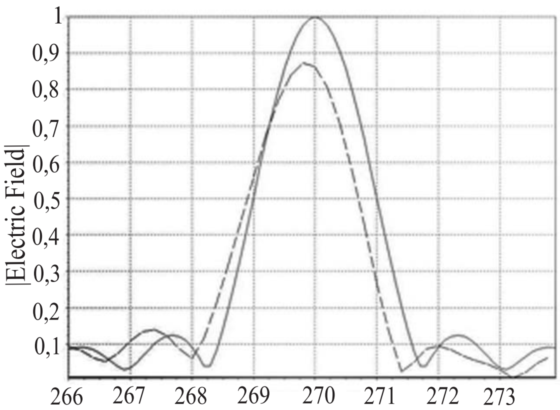

Рис. 7. Диаграммы направленности в вертикальной плоскости для идеальной параболической поверхности (——) и расчетной равновесной формы отражающей поверхности рефлектора (----)

Результаты радиотехнического анализа

Одной из основных характеристик антенн является диаграмма направленности – зависимость излучаемого поля от положения точки наблюдения. На рис. 6 показан 3-мерный вид основного лепестка диаграммы направленности, полученный расчетным методом.

[1] FEKO User's Manual Suite 4.2., 2004.

[2] TRW, Inc. TRW-built AstroMesh reflector deployed aboard Thuraya spacecraft. http://www.trw.com (5 December 2000).

Сечения остронаправленных ДН удобнее и точнее изображать в прямоугольной системе координат, поскольку угловой масштаб здесь может быть выбран произвольно в соответствии с шириной ДН.

На рис. 7 приведены диаграммы направленности для идеального параболоида и отражающей поверхности с расчетной равновесной формой для ободного рефлектора. Граничные условия соответствовали закреплению рефлектора в точках соединения со штангой от космического аппарата. Нагружение конструкции производилось температурным полем, которое привело к соответствующему деформированному состоянию отражающей поверхности рефлектора и изменению положения оси рефлектора. Вследствие чего, во-первых, уменьшился главный лепесток, во-вторых, смещена вся диаграмма и, в-третьих, имеются изменения боковых лепестков. Эти результаты качественно соответствуют результатам [3] и других работ.

В полученных результатах ширина диаграммы направленности антенны равна 1,8º, коэффициент усиления равен 30 дБ при частоте 1 ГГц. При этом наибольшие отклонения отражающей поверхности от идеального параболоида достигали 2 мм.

Заключение

На основе подходов механики деформируемого твердого тела и радиофизики реализована комплексная методика компьютерного моделирования перспективных трансформируемых космических рефлекторов, позволяющая более точно учитывать форму и напряженность отражающей сетчатой поверхности, сократить объем экспериментальных работ при создании оптимальных конструкций ободных рефлекторов по заданным ДН и прогнозировать эффективность функционирования рефлекторов с КА в условиях космического пространства.

Список литературы

1. *Ruze J.* Antenna Tolerance Theory – A Review // Proceedings of the IEEE. 1966. Vol. 54. P. 633–640.

2. *Thomson M. W.* Astromesh deployable reflectors for Ku- and Ka-band commercial satellites. AIAA-2002-2032.

3. *Гряник М. В., Ломан В. И.* Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа. М.: Радио и связь, 1987. 72 с.: ил.

4. *Сахаров А. С., Альтенбах И.* Метод конечных элементов в механике твердых тел. Киев: Вищ. шк., 1982. 480 с.

5. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / Под ред. Б. Е. Победри. М.: Мир, 1975. 541 с.

6. *Бутов В. Г., Пономарёв С. В., Солоненко В. А., Ящук А. А.* Моделирование температурных деформаций рефлекторов космических аппаратов // Физика. 2004. № 10. Приложение. С. 10–18.

7. *Дмитриев В. И., Березина Н. И.* Численные методы решения задач синтеза излучающих систем. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1986. 112 с.

8. *Усманов Д. Б.* Моделирование напряженно-деформированного состояния крупногабаритного трансформируемого рефлектора: Дис. … канд. физ.-мат. наук. Томск, 2006. 179 с.

Материал поступил в редколлегию 28.04.2007