

С. А. Гапонов, Н. М. Терехова

Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия
E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

УСТОЙЧИВОСТЬ И ТРЕХВОЛНОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С ОХЛАЖДЕНИЕМ*

В линейном и нелинейном приближении (слабонелинейная теория устойчивости) рассмотрено взаимодействие возмущений в пограничном слое сжимаемого газа при охлаждении поверхности. Рассмотрены режимы умеренных (число Маха $M = 2$) и высоких ($M = 5,35$) сверхзвуковых скоростей. Установлено, что охлаждение поверхности приводит к значительному изменению линейной эволюции возмущений: вихревые возмущения первой моды стабилизируются, а акустические возмущения второй моды дестабилизируются, степень изменения определяется степенью изменения температурного фактора. Нелинейное взаимодействие в трехволновых системах на высоких ($M = 5,35$) сверхзвуковых режимах в пограничном слое сжимаемого газа осуществляется между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) в режиме параметрического резонанса. Волной накачки выступает плоская акустическая волна, которая возбуждает трехмерные субгармонические компоненты вихревой природы. В то же время подобные взаимодействия для вихревых волн при $M = 2$ значительно ослабевают. Можно ожидать, что охлаждение поверхности приведет к затягиванию ламинарного режима при $M = 2$ и ускорению турбулизации при $M = 5,35$.

Ключевые слова: сверхзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход.

Введение

С практической точки зрения большой интерес представляют пограничные слои на охлаждаемых поверхностях. Течение с охлажденной поверхностью имеет место при кратковременном полете на большой скорости самолета или ракеты. В этом случае обшивка летательного аппарата не успевает сильно нагреться, и ее температура существенно ниже температуры теплоизолированной поверхности [1]. Примеры глубокого охлаждения поверхностей экспериментальных моделей приведены в работе [2].

Изучение литературы по экспериментальному и математическому моделированию влияния теплообмена на стенке на устойчивость пограничных слоев показало многообразие и неоднозначность этого фактора. С одной стороны, профили скорости при охлаждении становятся более напол-

ненными, что работает на повышение их устойчивости, с другой – они становятся более тонкими и более чувствительными к состоянию поверхностей, наличию шероховатости. На охлаждаемых поверхностях может меняться агрегатное состояние газа, выпадать иней. Замечено наличие реверса перехода, когда более глубокое охлаждение вызывает более ранний переход. При численном моделировании наряду с явлением полной стабилизации пограничных слоев обнаружено сложное поведение нейтральных кривых и наличие изолированных неустойчивых областей. Все это свидетельствует о том, что такой важный в практическом плане вопрос нуждается в дальнейшем изучении.

При движении со сверхзвуковыми скоростями происходит аэродинамический нагрев движущегося тела. При полете со скоростью звука повышение температуры воздуха у тела составляет до 50°C , при $M = 2 -$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-01-00038а).

до 190 °С, при $M = 5$ – до 1 200 °С. Аэродинамический нагрев осуществляется в виде конвективного нагрева, который описывается модифицированным законом Ньютона для теплообмена. При этом равновесная температура T_a близка к температуре торможения и может быть определена из выражения

$$T_a = 1 + \sqrt{\sigma} \gamma - 1 / 2M^2 T_e,$$

где σ – число Прандтля, а T_e и M – температура и число Маха на внешней границе пограничного слоя. На теплоизолированной поверхности T_a совпадает с температурой поверхности тела T_w . При наличии теплообмена на стенке (охлаждение или нагрев поверхностей) вводится понятие температурного фактора $T_{-w} = T_w / T_e$, значение которого при охлаждении меньше, а при нагреве – больше значения T_a / T_e .

В данной работе приведено численное исследование влияния охлаждения на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на непроницаемой поверхности в линейной и нелинейной постановках. Рассмотрены режимы умеренных ($M = 2$) и высоких сверхзвуковых значений чисел Маха ($M = 5,35$), что объясняется наличием аэродинамических труб, работающих в данных диапазонах скоростей, на которых можно экспериментально проверить результаты теоретического моделирования.

Известно, что существует несколько сценариев перехода к турбулентности. При малых уровнях внешних возмущений после линейного усиления наступает стадия нелинейного взаимодействия волн. Одним из наиболее типичных и часто реализуемых начальных стадий нелинейности является субгармонический трехволновый резонанс, хорошо исследованный для дозвукового пограничного слоя [3; 4].

Понимание природы физических процессов, сопутствующих эволюции неустойчивых возмущений в сверхзвуковых пограничных слоях имеет важное фундаментальное значение. К сожалению, для сверхзвуковых потоков нелинейное развитие волн в пограничных слоях все еще недостаточно исследовано. Имеется ограниченное число теоретических работ, в которых изучался субгармонический трехволновый резонанс в сверхзвуковом пограничном слое на теплоизолированной поверхности [5–7].

В случае течения сжимаемого газа теоретические исследования осложняются необходимостью учета возмущений температуры и плотности. При высоких числах Маха помимо собственных колебаний – бегущих волн вихревой природы (синонимы: волны Толлмина – Шлихтинга, вязкие волны, возмущения первой моды) – появляются возмущения, связанные с возбуждением акустических мод, из которых в данном диапазоне чисел Маха наиболее неустойчивой является вторая мода [2].

В данной работе рассмотрена линейная эволюция возмущений при двух числах Маха и в рамках слабонелинейной теории устойчивости проведено теоретическое исследование возможности реализации трехволновых взаимодействий в пограничном слое сжимаемого газа при разных значениях температурного фактора.

Основные соотношения и методы решения

Для получения средних характеристик пограничного слоя совместно решается следующая система для динамического и теплового пограничных слоев в автоматических переменных Блазиуса ($U = E'$) [2]:

$$2E''' + EE' = 0,$$

$$2T'' + \sigma ET' + 2\sigma(\gamma - 1)M^2 E'^2 = 0;$$

граничные условия для динамического пограничного слоя запишутся в виде

$$E = 0,$$

$$E' = 0 \quad (y = 0),$$

$$E' = 1 \quad (y = \infty);$$

для теплового пограничного слоя при *наличии теплообмена* на стенке как

$$T = T_w \quad (y = 0),$$

$$T = 1 \quad (y = \infty);$$

на *теплоизолированной* –

$$T' = 0 \quad (y = 0).$$

Основные положения нелинейной модели взаимодействия в трехволновых резонансных системах для сжимаемых пограничных слоев подробно изложены в [5; 8]. Приведем некоторые необходимые положения. Обозначим через ε масштаб пульсационного поля ($\varepsilon \ll 1$). Рассматривается возмущенное поле скоростей, плотности, давления и температуры сжимаемого газа

$$\bar{u} = |U(Y) + \varepsilon u', \varepsilon v', \varepsilon w'|,$$

$$\rho(Y) + \varepsilon \zeta', P(Y) + \varepsilon p',$$

$$T(Y) + \varepsilon \Theta', p' / P = \zeta' / \rho + \Theta' / T$$

в безразмерной декартовой системе координат $X, Y, Z = (x, y, z) / \delta$, где $\delta = (v_{ex} / U_e)^{1/2}$ – характерный масштаб; e – индекс параметров на внешней границе пограничного слоя. Величины со штрихами и без штрихов – пульсационные и средние компоненты соответствующих величин. Решение строится с помощью разложения по малому параметру ε и двухмасштабного разложения продольной координаты. Помимо «быстрого» масштаба X вводится «медленный» масштаб $\xi = \varepsilon X$, что обосновывается большой разницей между скоростями изменения фазы и амплитуды возмущений.

Волновые решения ищутся в виде

$$\begin{aligned} (\bar{Z})'_j &= A_j(\xi)(\bar{Z})^0_j(Y) \exp(i\theta_j) + \\ &+ k.c. + \varepsilon \bar{Z}^1_j + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

$$j = 1, 2, 3,$$

где $\bar{Z}' = |u', v', w', p', \Theta'|$ – собственные амплитудные функции продольной, нормальной и трансверсальной компонент волновых скоростей, возмущения давления и температуры; A – медленно меняющаяся амплитуда; $k.c.$ – комплексно-сопряженные величины; $\theta = \alpha X + \beta Z - \omega t$, $\alpha = \alpha^r + i \alpha^i$, α^i – коэффициент продольного усиления, при $\alpha^i < 0$ – инкремент; вещественная частота $\omega = 2\pi f$; волновые числа α, β и частота связаны дисперсионным соотношением $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$ по линейной теории.

Из полной системы уравнений движения и сохранения для сжимаемого газа [2] в рамках слабонелинейной теории для вектора-функции \bar{Z} получаем исходную рекуррентную систему для возмущений [5; 8]

$$\begin{aligned} \varepsilon \left\{ \sum_{j=1}^n e^{i\theta_j} [L(\bar{Z}^0_j) + \partial L(\bar{Z}^0_j) / \partial \alpha_j \partial / \partial X + \right. \\ \left. + \partial L(\bar{Z}^0_j) / \partial \omega_j \partial / \partial t] A_j + \right. \\ \left. + \varepsilon \sum_{k,l} e^{i(\theta_k + \theta_l)} [L(\bar{Z}^1_{k+l}) + \right. \\ \left. + A_k A_l \bar{M}^j_{k,l}(\bar{Z}^0_j \bar{Z}^0_{lX}, \dots)] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

с краевыми условиями $\{u, v, w, \Theta\} = 0$ при $Y = 0, Y = \infty$. Линейный оператор L имеет вид

$$\begin{aligned} [\rho(Gu + U_Y v) + i\alpha p / (\gamma M^2) - \\ - (\mu / \text{Re}) u_{YY}] \exp(i\theta) = 0, \\ [\rho Gw + i\beta p / (\gamma M^2) - \\ - (\mu / \text{Re}) w_{YY}] \exp(i\theta) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} [G\zeta + \rho_Y v + \\ + \rho(i\alpha u + v_Y + i\beta w)] \exp(i\theta) = 0, \\ [\rho(G\Theta + T_Y v) + (\gamma - 1)(i\alpha u + v_Y + i\beta w) - \\ - \mu \gamma / (\sigma \text{Re}) \Theta_{YY}] \exp(i\theta) = 0, \\ \zeta = \rho(p / P - \Theta / T), G = i(-\omega + \alpha U). \end{aligned}$$

Здесь M – число Маха на внешней границе; $\gamma = c_p / c_v$ – показатель адиабаты; $\sigma = c_p \mu_e / k$ – число Прандтля; k – коэффициент теплопроводности; \bar{M} – сумма нелинейных членов системы Навье – Стокса. Все величины обезразмерены по параметрам на внешней границе пограничного слоя в Y_k ; выбрана следующая нормировка собственных функций: $v(Y_k) = 1$. При $M = 2$ толщина ламинарного пограничного слоя определяется значением $Y = 7$ ($Y_k = 10$); при $M = 5,35$ – значением $Y = 17$, а интегрирование проведено в значительно большем интервале $0 \leq Y \leq Y_k, Y_k = 25$.

В первом порядке по ε однородная система (3) является основой для нахождения собственных значений α при заданных β, ω и числах Рейнольдса $\text{Re}_x = x / \delta$

$\text{Re} = \sqrt{\text{Re}_x}$, а также для построения собственных амплитудных функций линейных волн (1) при неопределенном A . В слабонелинейной теории указанные параметры считаются искомыми, нелинейность оказывает влияние только на амплитуду волны A .

В основе резонансной модели лежит процесс трехволнового взаимодействия волн в условиях синхронизации их фаз $\theta_j = \theta_k + \theta_l$. Во втором порядке по ε из неоднородных уравнений (2) можно найти возмущения более высокого порядка \bar{Z}^1 , а также, используя условия разрешимости, построить амплитудные уравнения для резонансных триад. Эти уравнения аналогичны системе, полученной в [9].

Выпишем эти уравнения для простой трехволновой системы j, k, l волн, как правило $j \neq k \neq l$.

$$\begin{aligned} dA_j / d\xi &= -\alpha^i_j A_j + S^j_{k,l} A_k A_l \exp(i\Delta), \\ dA_k / d\xi &= -\alpha^i_k A_k + S^k_{j,l} A_j A_l^* \exp(i\Delta), \\ dA_l / d\xi &= -\alpha^i_l A_l + S^l_{j,k} A_j A_k^* \exp(i\Delta), \\ S^j_{k,l} &= \int_0^{Y_k} \bar{Z}^{0+}_j \bar{M}^j_{k,l} dY / \int_0^{Y_k} \bar{Z}^{0+}_j \partial L \bar{Z}^0_j / \partial \alpha_j dY, \\ \Delta &= \int (\alpha_k + \alpha_l - \alpha_j)^r dX. \end{aligned}$$

Здесь Δ – коэффициент фазовой синхронизации, в нем учитывается возможная расстройка по волновым числам в триплетах, \bar{Z}^{0+} – решения сопряженной к (3) системы уравнений.

Для каждой волновой моды безразмерный частотный параметр F , связанный с частотой зависимостью $\omega = \text{Re}F$, а также приведенное безразмерное волновое число $b = \beta \cdot 10^3 / \text{Re}$ оставались постоянными. В работе рассмотрены как плоские (2D) волны с $\beta = 0$, так и косые трехмерные 3D волны с $\beta \neq 0$, имеющие на данной частоте максимальный инкремент.

Начальные условия для амплитуд A_j бегущих волн в [6] были получены из интенсивностей I волновых компонент в начальном сечении ξ_0 . Связь I и A выражается через расчетные значения пульсаций массовой скорости m так:

$$I_j(\xi_0) = A_j(\xi_0)m_j(Y_m)\exp(-\alpha_j^i \xi_0).$$

Принималось, что в Y_m значение пульсации массовой скорости m волновой компоненты одной из мод на частоте гармоники максимально. Численно рассчитывалось значение средней массовой скорости $\rho U Y_m$ и принималось, что начальные интенсивности I_j выражались в долях ρU . Начальные значения амплитуд субгармонических волн варьировались в широких пределах.

Записав уравнение для возмущений давления в асимптотическом виде (при больших αRe) как $P'' = \alpha^2(1 - M^2(U - c)^2/T)p$ нетрудно убедиться, что при $M^2(U - c)^2/T > 1$ решение p колеблется [2]. Это интерпретируется как появление звуковых или акустических колебаний. Заметим также, что средняя температура T находится в знаменателе и ее уменьшение на стенке эквивалентно увеличению числа Маха для возмущений, что ясно будет показано ниже.

После этих необходимых разъяснений рассмотрим полученные результаты.

Результаты и обсуждение

Численное моделирование проведено для режимов, реализуемых в экспериментах [9–11]: постоянные температуры торможения 390 К, $\gamma = 1,4$, число Прандтля $\sigma = 0,72$, при числах Маха на внешней границе пограничного слоя $M = 2$ и $M = 5,35$. Измерения проводились в диапазоне

$$3,5 \cdot 10^7 \leq \text{Re}_x \leq 5,3 \cdot 10^7,$$

что соответствует значениям чисел Рейнольдса $\text{Re} > 650$.

Рассмотрен вариант задачи по развитию возмущений на пластине, при этом в безразмерном виде на пластине

$$\partial / \partial \xi = 1/2 \cdot \partial / \partial \text{Re}.$$

Представим результаты для $M = 2$. Полезно проанализировать, как меняются эпюры скоростей и температур при охлаждении поверхности. На рис. 1 представлены распределения средних скоростей U для пластины в режиме небольшого нагревания $T_{-w} = 1,8$ и различных охлаждений. Напомним, что для $M = 2$ на теплоизолированной поверхности температурный фактор $T_{-w} = 1,678$. На рис. 2 представлены распределения средних температур для тех же значений T_{-w} .

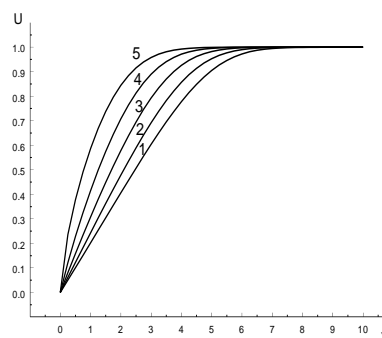


Рис. 1. Продольные средние скорости U при $M = 2$ и температурных факторах $T_{-w} = 1,8; 1,4; 1,0; 0,6; 0,2$ (кривые 1–5)

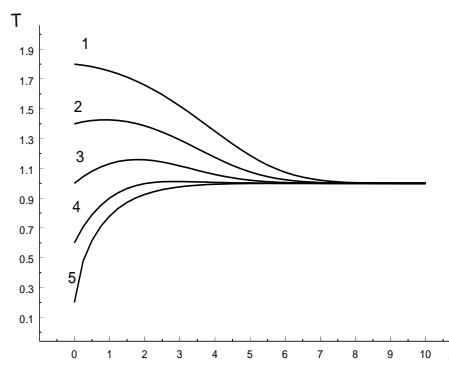


Рис. 2. Эпюры средних температур T для тех же условий (см. рис. 1)

Видно, что при охлаждении толщина пограничного слоя значительно уменьшается, профили скоростей становятся более наполненными, а градиенты средних температур меняют знак в пределах слоя. Это может привести к неожиданным аспектам в поведении характеристик возмущений.

На рис. 3, *a*, *б* показаны линейные инкременты двумерных (плоских) вихревых волн первой моды при разных числах Рейнольдса и разных температурных факторах. Известно, что возмущения первой моды своим генезисом обязаны вязкости. Именно она порождает в пристенной области такой сдвиг фаз у пульсаций компонент скорости, что возникают напряжения Рейнольдса, обеспечивающие генерацию пульсационной энергии за счет энергии среднего потока. В то же время вязкость ответственна и за диссипацию энергии. Это ее противоречивое действие полностью проявляется при охлаждении обтекаемой поверхности. Вязкость пропорциональна температуре и при понижении последней уменьшаются ее генерационные возможности, что приводит к понижению линейных инкрементов порождаемых волн. Это ясно видно из рис. 3. Замечено, что существует предельное значение $T_{-w} = 0,49$, охлаждение ниже которого приводит к реверсу изучаемых зависимостей, и в области затухающих колебаний обнаружено понижение запаса устойчивости двумерных волн. Это показалось столь интересным, что были проведены полные расчеты при другом числе Рейнольдса ($Re = 1\,000$), которые подтвердили найденный эффект (рис. 3, *б*).

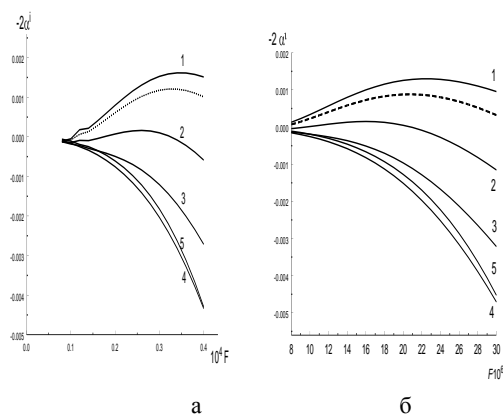


Рис. 3. Зависимость линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных вихревых волн первой моды от частоты F при числе $Re = 750$ (*a*) и $Re = 1\,000$ (*б*) и различных температурных факторах (см. рис. 1). Штриховой линией показаны инкременты $-\alpha^i$ на теплоизолированной пластине

Логично связать этот реверс с влиянием резких средних температурных градиентов в тонких слоях на охлаждаемой стенке.

На следующем графике (рис. 4) представлено сравнение степеней усиления $-\alpha^i$ плоских ($b = 0$) и трехмерных ($b \neq 0$) волн при разных температурах. Ясно видно, что для первой моды инкременты трехмерных $3D$ компонент превосходят инкременты двумерной $2D$ компоненты, максимум $-\alpha^i$ приходится на $b = 0,14$. Это значение соответствует углу наклона волнового вектора к направлению основного потока $\sim 45^\circ$. Такие соотношения наблюдаются для всех частот и чисел Рейнольдса. Заметим, что инкременты и двумерных и трехмерных волн при $T_{-w} = 1,0$ лежат в устойчивой области, что и определяет другой характер зависимостей. Выскажем предположение, что при этом температурном факторе наблюдается полная стабилизация возмущений первой моды. Для утверждения этого надо изучить более широкий диапазон параметров истечения.

Рассмотрим далее влияние охлаждения поверхности на взаимодействие возмущений в симметричном триплете. Повторим, что в таком триплете плоская двумерная волна на большей частоте (гармоника) взаимодействует с двумя косыми трехмерными волнами на половинной частоте (субгармоника) в условиях синхронизма их фаз.

На рис. 5, *a* показано, как меняются инкременты двумерных волн на частоте гармоники вниз по течению. К сожалению, оказалось, что в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса эти волны почти полностью оказываются в области стабилизации, что, правда, не меняет общности дальнейших выводов.

Заметим, что подтверждается вывод о стабилизации возмущений при охлаждении обтекаемой поверхности.

На рис. 5, *б* такие же зависимости приведены для трехмерных субгармонических волн, имеющих при данном b максимальный инкремент. И здесь видно, что охлаждение приводит к стабилизации вихревых волн, которое усиливается при более глубоком охлаждении.

На рис. 6 показано, как нелинейно эволюционируют вниз по потоку волны первой моды при разных T_{-w} и при одинаковых начальных интенсивностях. Начальная интенсивность гармоники выбрана в 1 % от сред-

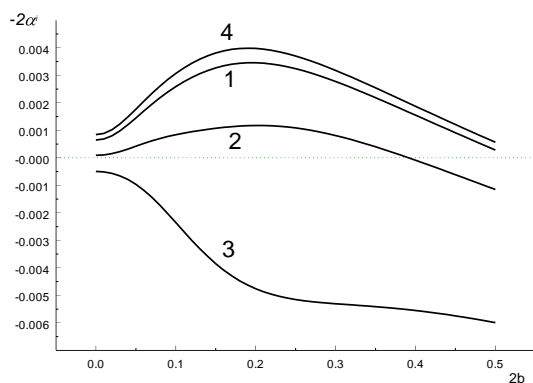
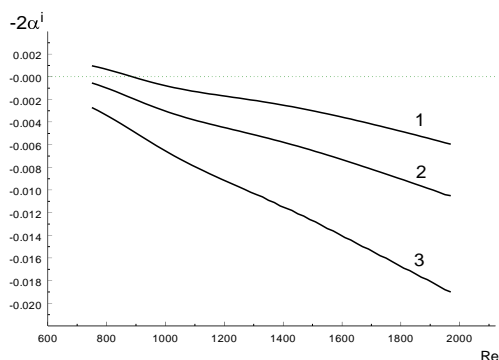
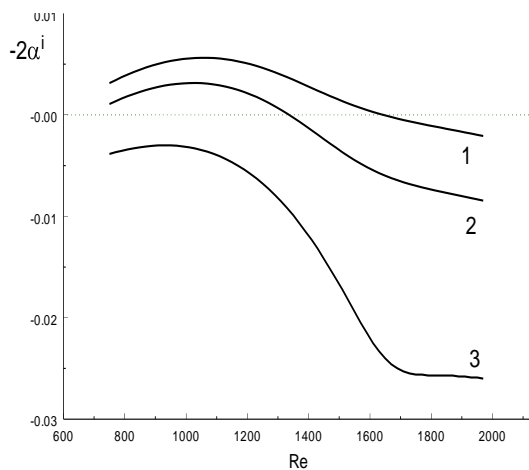


Рис. 4. Зависимость линейных инкрементов $-α^i$ вихревых волн первой моды от трансверсального волнового числа b при частотном параметре $F = 2 \cdot 10^{-4}$ при $Re = 750$ и температурных факторах $T_{-w} = 1,687; 1,4; 1,0; 1,8$ (кривые 1-4)



а



б

Рис. 5. Зависимость линейных инкрементов $-α^i$ плоских ($F = 4 \cdot 10^{-4}$) (а) вихревых волн первой моды (гармоники) и трехмерных субгармоник ($F = 2 \cdot 10^{-4}$) (б) от числа Re при температурных факторах $T_{-w} = 1,687; 1,4; 1,0$ (кривые 1-3)

него значения массовой скорости ρU . При меньших значениях эффект очень мал. Начальная интенсивность субгармоник была на порядок меньше.

Как оказалось, нелинейное взаимодействие в симметричном триplete при данных параметрах достаточно слабое, выше всего оно для теплоизолированной пластины и уменьшается с уменьшением температурного фактора. Визуально из рис. 6 можно заключить, что для $T_{-w} = 1,0$ субгармоники развиваются почти по линейному закону.

Более детальное рассмотрение этих же зависимостей в виде отношения нелинейных и линейных интенсивностей I_{nel} / I_{lin} показывает, что все же нелинейное взаимодействие имеет место, хотя интенсивность его невелика (рис. 7).

Общий вывод, который можно сделать на основании проведенного моделирования для $M = 2$, состоит в том, что охлаждение поверхности при умеренных числах Маха приводит к стабилизации вихревых возмущений первой моды в линейной и нелинейной областях развития.

В той же последовательности представим результаты для $M = 5,35$. Профили средних скоростей и температур при разных охлаждениях поверхностей представлены на рис. 8, а, б. На теплоизолированной стенке температурный фактор $T_{-w} = 5,857$, последний из рассмотренных $T_{-w} = 0,857$ соответствует охлаждению поверхности от 1 290 до 190 К.

Так же, как и для $M = 2$, при охлаждении наблюдается уменьшение толщины пограничного слоя и увеличение его заполненности в пристенной области (рис. 8, а). Для вихревых возмущений это должно способствовать их стабилизации.

На рис. 8, б показаны распределения средних температур в охлаждаемых слоях. Еще более отчетливо, чем для $M = 2$, видно понижение температур во всех областях течения, расширение диапазона отрицательных температурных градиентов и общий рост этих значений T' .

В теории устойчивости сверхзвуковых течений важную роль играет обобщенная точка перегиба, в которой $(U'/T)' = 0$. Как известно, наличие обобщенной точки перегиба приводит к невязкой (релеевской) неустойчивости. При этом фазовая скорость волны равна скорости основного течения в точке перегиба. На рис. 8, в приведены

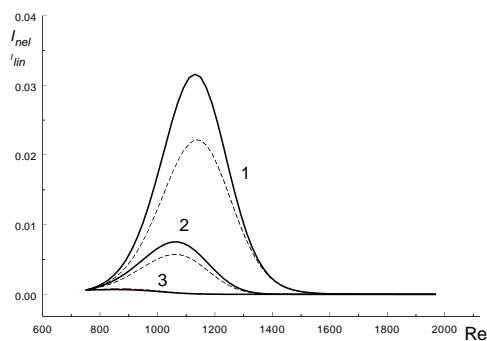


Рис. 6. Нелинейные интенсивности субгармоник при температурных факторах $T_{-w} = 1,687; 1,4; 1,0$ (кривые 1–3). Штриховые линии – линейные интенсивности

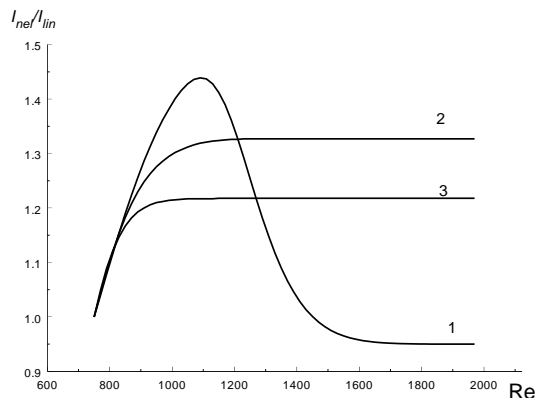
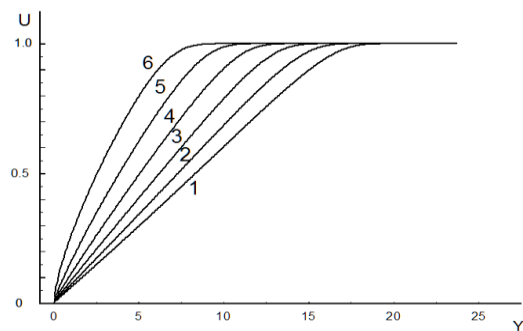
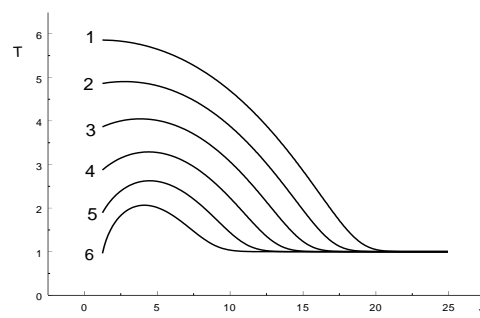


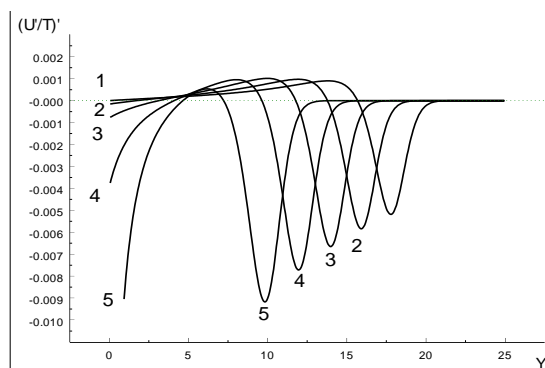
Рис. 7. Отношение нелинейных и линейных интенсивностей I_{nel} / I_{lin} субгармоник для условий рис. 6



а



б



в

Рис. 8. Продольные средние скорости U (а), температуры (б) и $(U/T)'$ (в) при $M = 5,35$ и температурных факторах $T_{-w} = 5,587; 4,587; 3,587; 2,587; 1,587$ и $0,587$ (кривые 1–6). Значение $T_{-w} = 5,587$ соответствует теплоизолированной стенке

зависимости $(U/T)'$ от поперечной координаты Y . Видно, что в пограничном слое есть две обобщенные точки перегиба: одна – в пристенной части, вторая – ближе к границе пограничного слоя. В пристенной части влияние вязкости велико, и теория невязкой неустойчивости не применима. Поэтому невязкая неустойчивость прежде всего бу-

дет проявляться через вторую точку перегиба.

На рис. 9 приведены инкременты линейных двумерных волн $-\alpha^i$ с $b = 0$ и $M = 5,35$ по (3) в зависимости от значения частотного параметра F для $Re = 1\ 000$ и разных значениях температурного фактора. Максимальные значения инкрементов в области боль-

ших F соответствуют второй моде. Второй максимум в области меньших F соответствует первой вихревой моде. Из рис. 9 видно, что линейные степени роста волн второй моды значительно превышают соответствующие значения волн первой моды.

Уже при $T_{-w} < 3,587$ практически все двумерные вихревые волны становятся затухающими, лежащими в устойчивой области.

С ростом глубины и степени охлаждения все более неустойчивыми становятся акустические возмущения второй моды, их инкременты значительно возрастают по сравнению как с линейными инкрементами первой моды, так и с акустическими инкрементами теплоизолированной поверхности. На то, что охлаждение эквивалентно увеличению числа Маха истечения, было указано выше.

Максимальное $-\alpha^i$ для двумерных вихревых волн меняется очень мало, оно расположено около $F = 0,59 \cdot 10^{-4}$ для всех Re .

Для волн этих мод также отличаются значения фазовых скоростей (для первой моды $c_1 \approx 0,8$, для второй $c_2 \approx 0,92$, что соответствует скорости основного течения в точке перегиба) и местоположение максимального значения пульсации массовой скорости m – для второй моды он расположен ближе к внешней границе пограничного слоя (при $Y \approx 16$) по сравнению с максимумом первой моды ($Y \approx 12$).

На рис. 10 приведены сводные графики влияния охлаждения и размерности волн разной природы на их устойчивость. Сравнение кривых на этом рисунке убеждает в следующем:

а) более глубокое охлаждение стабилизирует вихревые возмущения и дестабилизирует акустические на непроницаемых поверхностях;

б) у вихревых волн более неустойчивы трехмерные (3D) компоненты, а у акустических – двумерные (2D). Охлаждение сближает инкременты всех волн разной размерности.

Перейдем к рассмотрению нелинейных взаимодействий в рамках слабонелинейной теории.

Для $M = 5,35$ моделируется взаимодействие в симметричных триплетах, составленных из плоской акустической гармоники с частотным параметром $F_G = 1,4 \cdot 10^{-4}$ и двух косых вихревых субгармоник с $b_2 = 0,15$,

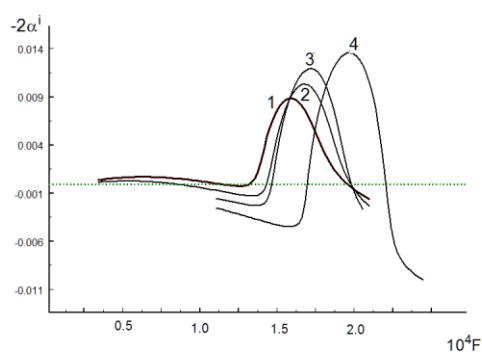


Рис. 9. Зависимость линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных волн первой и второй мод от частоты F при $Re = 1\,000$ и различных температурных факторах $T_{-w} = 5,587; 4,587; 3,587$ и $1,587$ (кривые 1–4)

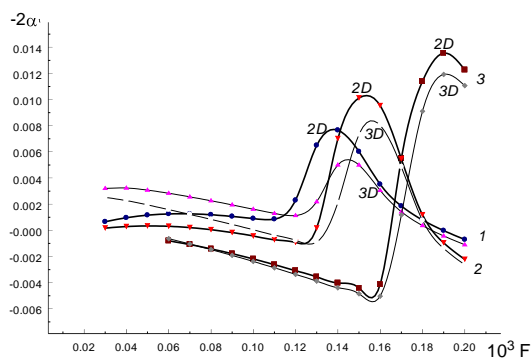


Рис. 10. Зависимость линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных (2D) и трехмерных (3D) волн первой и второй мод от частоты F при $Re = 1\,000$ и различных температурных факторах $T_{-w} = 5,587; 3,587$ и $1,587$ (кривые 1–3)

$b_3 = -0,15$ и $F_S = 0,7 \cdot 10^{-4}$. Начальное число $Re = 1\,000$, для изучения выбраны температурные факторы $T_{-w} = 5,587; 3,587$ и $1,587$.

Нелинейные процессы на теплоизолированной пластине при $M = 5,35$ подробно разобраны и описаны (см.: [6; 7]). Установлено, что они осуществляются в режиме параметрической накачки. В этом случае присутствует возмущение первичной неустойчивой волны, которое развивается по собственному линейному закону, а когда его амплитуда (или интенсивность) достигает порогового значения, начинается возбуждение субгармонических составляющих. Естественно, что первыми возбуждаются субгармоники с максимальными инкрементами – трехмерные косые волны.

Если начальные интенсивности гармонических компонент ниже пороговых, то не-

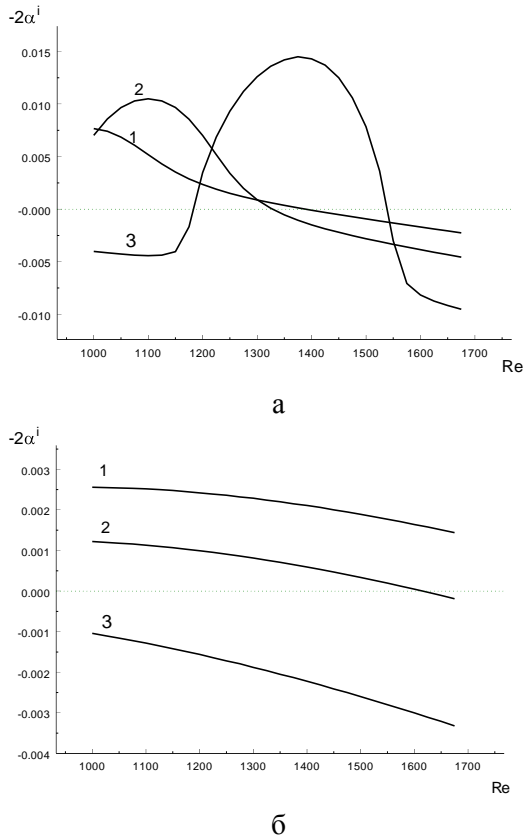


Рис. 11. Зависимость линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных волн второй моды с $F = 1,4 \cdot 10^{-4}$ (а) и трехмерных волн первой моды с $F = 0,7 \cdot 10^{-4}$ и $b = 0,15$ (б) от числа Рейнольдса при различных температурных факторах (см. рис. 10)

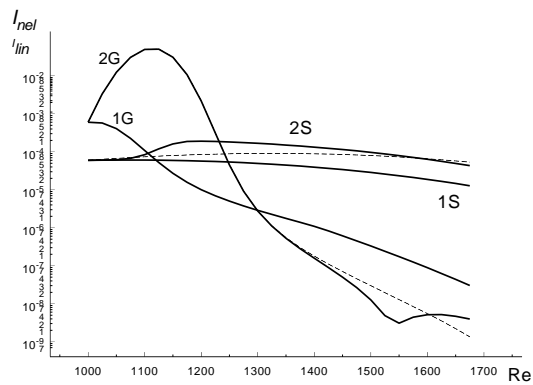


Рис. 12. Зависимость нелинейных I_{nel} (сплошные линии) и линейных I_{lin} (штриховые линии) интенсивностей гармоник (G) и субгармоник (S) от числа Рейнольдса при различных температурных факторах $T_w = 5,587$ и $3,587$

линейного взаимодействия практически нет, и все волны развиваются по линейным законам. При небольшом превышении пороговых значений начинаются слабые взаимодействия, которые приводят лишь к незначительному превышению линейных значений субгармоник. Но при дальнейшем повышении начальной интенсивности гармоник нелинейное взаимодействие приводит к почти взрывному нарастанию интенсивности субгармоник. Ниже кратко иллюстрируется сказанное.

На рис. 11, а показано, как меняются инкременты двумерных акустических волн на частоте F_G , а на рис. 11, б – инкременты трехмерных субгармоник на частоте F_S вниз по течению.

При $T_w = 5,857$ начальное число Re приходится на максимальное значение инкремента $-\alpha^i$, так что вниз по потоку наблюдается его уменьшение с переходом в полностью устойчивую область, инкременты неустойчивых субгармоник меняются при этом достаточно слабо. Нелинейного взаимодействия нет, волны развиваются по линейным законам автономно и не оказывают влияния друг на друга. Это показано кривыми 1 на рис. 12, где представлены линейные и нелинейные интенсивности гармоник и субгармоник.

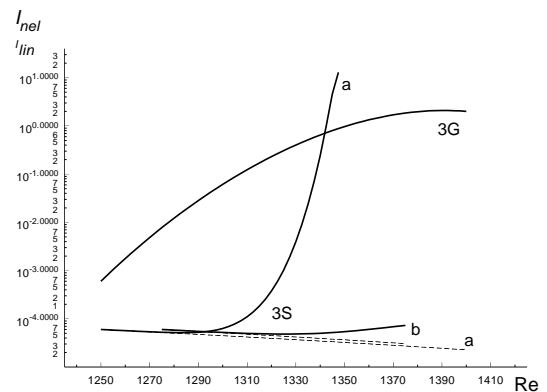


Рис. 13. Зависимость нелинейных I_{nel} и линейных I_{lin} (сплошные и штриховые линии) интенсивностей гармоник (G) и субгармоник (S) от числа Рейнольдса при $T_w = 1,587$ (кривые 3) при разных начальных Re (а и б)

При $T_w = 3,857$, как видно на рис. 11, *a*, начало рассмотренных Re захватывает небольшой участок растущих инкрементов акустической гармоник. Субгармоники также находятся в области неустойчивости, их инкременты невелики. При таких начальных распределениях, в полном соответствии с [6; 7], происходят очень умеренные нелинейные взаимовлияния, которые показаны на рис. 12 кривыми 2.

Казалось бы, что случай глубокого охлаждения с $T_w = 1,857$ более интересен, так как здесь нарастающие гармоники очень интенсивно взаимодействуют с вихревыми субгармониками, которые находятся в устойчивой области с $\alpha' > 0$. Но оказалось, что здесь наблюдаются те же стадии, что и в [6; 7].

На рис. 13 представлены линейные и нелинейные интенсивности субгармоник в режиме параметрической накачки (кривые *a*) и в режиме перераспределения (кривые *b*). Начало расчета в случае *a* – $Re = 1\,250$, в случае *b* – $Re = 1\,275$. Столь незначительная разница в начальных Re приводит к смене характера взаимодействия – от сильного, почти взрывного нарастания интенсивности субгармоник к достаточно слабому, когда существует умеренное изменение интенсивности последних.

Суммируя вышеизложенное, можно утверждать, что охлаждение обтекаемой поверхности приводит к стабилизации вихревых возмущений и усилению линейной неустойчивости акустических колебаний. При умеренных числах Маха нелинейное взаимодействие между вихревыми модами очень слабое, при высоких числах Маха оно осуществляется между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) в режиме параметрического резонанса. Подобное взаимодействие проходит более интенсивно, если на субгармонической частоте – трехмерные вихревые волны. Волной накачки выступает плоская акустическая волна, интенсивность которой значительно нарастает при охлаждении обтекаемых поверхностей. Существуют пороговые значения интенсивности начала нелинейных взаимодействий и пороговые значения начала взрывного роста, хотя пока трудно установить их точные границы.

Необходимо констатировать также, что при высоких сверхзвуковых числах Маха трехволновые взаимодействия не являются приоритетными в области перехода – здесь главными будут процессы, связанные с высокими амплитудами акустических компонент, и нелинейность будет развиваться по другим сценариям.

Список литературы

1. Аронин Г. С. Практическая аэродинамика. М.: Воениздат, 1962.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980.
3. Бойко А. В., Грек Г. Р., Довгаль А. В., Козлов В. В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 1000 с.
4. Kachanov Yu. S. Physical Mechanisms of Laminar-Boundary-Layer Transition // Annu. Rev. Fluid Mech. 1994. Vol. 26. P. 411–482.
5. Гапонов С. А., Масленникова И. И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 3–12.
6. Гапонов С. А., Терехова Н. М., Смородский Б. В. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 39–45.
7. Гапонов С.А., Терехова Н.М Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях// Известия РАН. МЖГ, 2009. №3.36-46.
8. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Эволюция возмущений повышенной интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1. С. 28–38.
9. Зельман М. Б. О нелинейном развитии возмущений в плоскопараллельных течениях типа пограничного слоя // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1974. Вып. 3. С. 16–21.
10. Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Семенов Н. В. Экспериментальное исследование нелинейного развития волн неустойчи-

ности на плоской пластине при числе Маха $M = 3$ // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 2. С. 107–114.

11. *Bountin D. A., Shpilyuk A. N., Maslov A. A., Chokani N.* Nonlinear Aspects of Hypersonic Boundary Layer Stability on a Porous Surface// 42nd AIAA Aerospace Sciences

Meeting & Exhibit, 5–8 January 2004. Reno, NV, 2004.

Материал поступил в редколлегию 05.06.2010

S. A. Gaponov, N. M. Terekhova

**STABILITY AND THREE-WAVE INTERACTION OF DISTURBANCES
IN A SUPERSONIC BOUNDARY LAYER WITH COOLING**

In linear and nonlinear approach (weakly nonlinear theory of stability) interaction of disturbances on a boundary layer of compressed gas is considered at surface cooling. The regimes of moderate (Max number $M = 2$) and high ($M = 5.35$) are considered at supersonic speeds. It is established that the surface cooling leads to considerable change of linear evolution of disturbances: the vortical disturbances of the first mode are stabilised, and the acoustic disturbances of the second mode are destabilised, the change degree is defined by the degree of change of the temperature factor. The nonlinear interaction in three-wave systems on high ($M = 5.35$) supersonic regimes on a boundary layer of compressed gas is carried out between waves of the different nature (acoustic and vortical) in a regime of a parametrical resonance. As a rating wave the flat acoustic wave which raises three-dimensional subharmonic components of the vortical modes. However, the similar interactions for vortical waves at $M = 2$ considerably weaken. It is possible to expect that surface cooling will lead to delay of a laminar regime at $M = 2$ and to accelerate of turbulization at $M = 5.35$.

Keywords: supersonic boundary layer, hydrodynamic stability, laminar-turbulent transition.