УДК 534.222.2

### Е. С. Прохоров

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН пр. Акад. Лаврентьева, 15, Новосибирск, 630090, Россия E-mail: prokh@hydro.nsc.ru

## ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ПЕРЕСЖАТОЙ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ В СУЖАЮЩИХСЯ КАНАЛАХ

Представлена простая квазиодномерная модель для описания распространения газовой детонации в канале с переменным поперечным сечением. Эта модель применима для приближенных аналитических расчетов степени пересжатия детонационной волны при переходе детонации из широкой трубы в узкую и оценки значений газодинамических параметров на детонационном фронте.

*Ключевые слова*: детонационные волны, степень пересжатия, продукты детонации, изотермическая среда, моделирование.

Решение многих теоретических и прикладных задач в области физики горения и взрыва приобретают большое значение в связи с необходимостью разработки и создания ряда устройств новой техники, функционирование которых связано с детонационным сжиганием взрывчатых газовых смесей. Подобные устройства могут быть использованы для создания тяги в двигателях, силового или разрушающего воздействия на объекты, быстрого сжигания топлива, для разгона и нагрева конденсированных частиц и т. п. [1; 2].

С целью расширения диапазона достижимых параметров продуктов детонационного сжигания (продуктов детонации или сокращенно ПД) весьма перспективны исследования пересжатых детонационных волн (ДВ), у которых скорость фронта D и давление ПД больше, чем у стационарной (установившейся) детонации Чепмена – Жуге [3; 4]. Степень пересжатия ДВ  $\alpha$  определяется следующим соотношением:

$$\alpha = D / D_{\rm CJ}. \tag{1}$$

Здесь и далее нижний индекс «СЈ» используется для обозначения параметров детонации Чепмена – Жуге. Как показывают равновесные расчеты [5], уже небольшое увеличение скорости ДВ приводит к резкому росту таких характеристик ПД, как дав-

ление *р*, плотность *р*, массовая скорость *и*. Хотя рост температуры ПД и демпфируется процессами диссоциации, тем не менее он также заметен. Поэтому пересжатые ДВ могут служить источником импульсных потоков ПД с параметрами, заметно превышающими те, которые можно получить при детонации Чепмена – Жуге, чем и определяется область их возможных применений в приложениях. Например, для нанесения защитных и износостойких порошковых покрытий на различные инструментальные и конструкционные материалы газодетонационным методом (детонационное напыление) [6].

Известно [3], что в пересжатом режиме нестационарная волна разрежения, возникающая вследствие расширения ПД, может догнать и ослабить ДВ до самоподдерживающегося режима Чепмена — Жуге. Поэтому длительное существование пересжатых ДВ возможно лишь при наличии поршня, движущегося сзади и сжимающего ПД.

Наиболее просто в практическом исполнении создавать пересжатые ДВ при переходе газовой детонации из широкой трубы в узкую. В этом случае сжатые при отражении от стенок трубы ПД, затекая в узкую часть канала, сами действуют как поршень на ДВ. Экспериментальные исследования пересжатых ДВ, сформированных таким

способом, выполнены в [7–10]. Построению математических моделей для адекватного описания этого явления и численному исследованию с их помощью влияния геометрии сужающегося канала на детонационный процесс посвящены работы [11–13].

Так, в [11] в рамках канального одномерного приближения численно исследовано нестационарное равновесное течение за пересжатой ДВ, сформированной при переходе газовой детонации из широкой трубы в узкую через конически сужающийся патрубок. Учитывая неодномерность реального процесса, в [12] путем сравнения расчетов с экспериментальными данными определены границы применимости такого приближения. При двумерной осесимметричной постановке этой задачи в [13] удалось более детально проанализировать механизм формирования пересжатой ДВ в узкой части трубы. Отмечено, что результаты квазиодномерного расчета [11] по затуханию пересжатой ДВ в узкой трубе для малых углов конического сужения ф (не более 20° на сторону) вполне удовлетворительно коррелируют с усредненными расчетными данными двумерной модели.

В данной работе предложена более простая по сравнению с [11] квазиодномерная модель для описания распространения ДВ в канале с переменным поперечным сечением. Эта модель применима для приближенных аналитических расчетов степени пересжатия ДВ при переходе детонации из широкой трубы в узкую и оценки газодинамических параметров на детонационном фронте в зависимости от α.

Для упрощенного описания ДВ можно использовать следующий подход. Так, на практике часто встречается ситуация, когда толщина фронта пренебрежимо мала по сравнению с характерным линейным масштабом всего газодинамического течения (например, диаметром трубы, в которой распространяется детонация). В этом случае фронт ДВ можно рассматривать как скачок уплотнения с мгновенным выделением тепла, на котором, в частности, должны выполняться законы сохранения массы, импульса и энергии (соотношения на сильном разрыве [14]). Из анализа равновесных расчетов параметров детонации [5] следует, что для интенсивно взрывающихся газовых смесей с температурой продуктов химической реакции порядка 2500÷4000 К показатель равновесной адиабаты близок к единице, т. е. ПД представляют почти изотермическую среду, когда можно приближенно считать, что  $p/\rho = \mathrm{const.}$ 

Для этой модели справедливы следующие соотношения на фронте ДВ:

$$\rho_* (D - u_*) = \rho_0 D,$$

$$p_* + \rho_* (D - u_*)^2 = p_0 + \rho_0 D^2,$$

$$p_* / \rho_* = c_{\text{CJ}}^2 = \text{const},$$
(2)

где  $c_{\rm CJ}$  – равновесная скорость звука в ПД; индексами «0» и «\*» обозначены значения газодинамических величин в исходном состоянии (перед фронтом) и на фронте ДВ соответственно. Если уравнения (2) дополнить условием Чепмена – Жуге относительно равновесной скорости звука [15]

$$D_{\rm CJ} = u_{\rm CJ} + c_{\rm CJ},\tag{3}$$

тогда для детонации Чепмена – Жуге можно оценить значения параметров ПД на фронте.

Обычно для ДВ  $p_* >> p_0$ , так что начальным давлением газовой смеси можно пренебречь. Тогда, решая систему уравнений (2)–(3), получаем

$$u_{\rm CJ} = c_{\rm CJ} = D_{\rm CJ} / 2,$$
  
 $\rho_{\rm CJ} = 2\rho_{\rm 0}, \quad p_{\rm CJ} = 2\rho_{\rm 0}c_{\rm CJ}^{2}.$  (4)

Погрешность таких оценок по сравнению с точными равновесными расчетами [5] не хуже 15%.

Используя определение (1) для  $\alpha$ , из соотношений (2) находим зависимости  $p_*$ ,  $\rho_*$ ,  $u_*$  на фронте ДВ от степени пересжатия:

$$p_* / p_{CJ} = \rho_* / \rho_{CJ} = \alpha \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} \right),$$

$$u_* / u_{CJ} = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}.$$
(5)

Интересно отметить, что для обезразмеренных параметров детонации погрешность формул (5) незначительна (около 3 %) по сравнению с расчетами [5].

Рассмотрим задачу о переходе газовой детонации из широкой трубы (с площадью перечного сечения  $S_0$ ) в узкую (с площадь поперечного сечения  $S_1$ ) через сужающийся патрубок (канал с изменяющейся площадью поперечного сечения  $S_1 \leq S \leq S_0$ , где S = S(x) — некоторая убывающая функция от координаты x). Примерная схема такой трубы представлена на рис. 1.

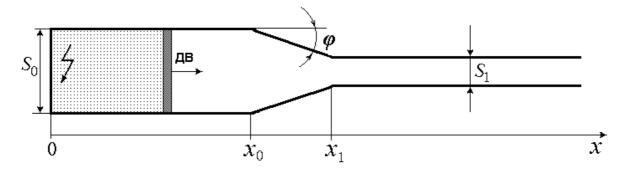


Рис. 1. Схема трубы с переменным поперечным сечением: ф – угол сужения трубы

Будем использовать следующие дополнительные предположения (по аналогии с [11]).

- 1. Параметры течения ПД по ширине канала постоянны. В рамках квазиодномерного приближения под шириной канала понимается гидравлический диаметр (для круглой трубы совпадает с обычным)  $d = 4S/\chi$ , где  $\chi$  периметр поперечного сечения канала [16].
- 2. Труба достаточно «широкая» [17], когда отличие параметров на фронте ДВ от параметров идеальной (без потерь на трение и теплоотвод) детонации пренебрежимо мало. Поэтому считаем скорость  $D_{\rm CJ}$  заданной, например, из точных равновесных расчетов [5].

Пусть в широкой части трубы ( $x < x_0$ ) самоподдерживающаяся ДВ распространяется по смеси со скорость  $D_{\rm Cl}$  . После входа в область сужения трубы ( $x_0 < x < x_1$ ) детонация усиливается, возрастает ее степень пересжатия а, которая достигает своего максимального значения а<sub>тах</sub> при входе в узкую часть трубы ( $x = x_1$ ). Для приближенного расчета а<sub>тах</sub> можно воспользоваться (например, как в [18]) методом Уизема [19], разработанным для расчета скорости ударных волн в каналах с изменяющимся поперечным сечением. Метод основан на так называемом «характеристическом правиле»: предположение о близости скоростей фронта волны и догоняющей его  $c_{\perp}$ -характеристики. При таком описании не учитывается обратное действие на фронт возмущенного состояния ПД, что позволяет получить аналитическую зависимость между относительным изменением площади поперечного сечения канала  $S_0$  /  $S_1$  и максимальной степенью пересжатия ДВ  $\alpha_{\rm max}$ .

Для квазиодномерных течений газа в трубе с переменным поперечным сечением вдоль  $c_{\perp}$ -характеристики (линии

$$dx/dt = u + c$$
,

где t — время) должно выполняться следующее дифференциальное уравнение [20]:

$$du + \frac{dp}{\rho c} = -\frac{uc}{u+c}d(\ln S). \tag{6}$$

При малых степенях пересжатия разница наклонов траекторий движений фронта ДВ и догоняющей его  $c_+$ -характеристики мала  $(u_* + c_* - D \approx 0)$ . Тогда можно считать, что (6) выполняется и вдоль траектории фронта ДВ.

Подставляя в (6) соотношения (4) и (5), получим дифференциальное уравнение, устанавливающее связь между степенью пересжатия  $\alpha$  и площадью поперечного сечения S = S(x):

$$\left(\sqrt{\frac{\alpha+1}{\alpha-1}}+1\right)\cdot (1+1/\alpha)\cdot d\alpha = -d(\ln S).$$

Проинтегрируем это уравнение в области сужения трубы, когда площадь поперечного сечения изменяется от  $S_0$  до  $S_1$ , а степень пересжатия от 1 до  $\alpha_{\text{max}}$ . В результате получим следующее уравнение:

$$(\alpha_{\text{max}} - 1) + \sqrt{\alpha_{\text{max}}^2 - 1} + \ln\left[\alpha_{\text{max}}\left(\alpha_{\text{max}} + \sqrt{\alpha_{\text{max}}^2 - 1}\right)^2\right] + \arctan\left(\frac{1}{\alpha_{\text{max}}}\right) = \ln(S_0 / S_1),$$

$$(7)$$

которое устанавливает приближенную аналитическую зависимость максимальной

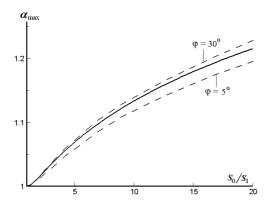


Рис. 2. Зависимость максимальной степени пересжатия ДВ от отношения площадей поперечного сечения широкой и узкой частей трубы: сплошная линия — уравнение (7), пунктирные линии — результаты расчетов по модели [11]

степени пересжатия ДВ от отношения площадей  $S_0/S_1$  (рис. 2).

Проведем сопоставление зависимости (7) с результатами численных расчетов по квазиодномерной нестационарной модели [11], которая, по крайней мере для диапазона углов сужения трубы  $\varphi$  (см. рис. 1) от 5 до  $30^{\circ}$ и отношении площадей  $S_0 / S_1 \le 16$  (как показано в работе [12]), хорошо согласуется с экспериментальными данными. Соответствующие расчетные кривые [11] изображены на рис. 2. Видно, что (7) вполне удовлетворительно аппроксимирует результаты расчетов по модели [11] для максимальной степени пересжатия ДВ (отклонение не превышает 3%) и не выходит за границы ее применимости (находится между пунктирными линиями) относительно ф. Поэтому для приближенных расчетов а<sub>тах</sub> можно использовать уравнение (7).

Если в (7) вместо  $S_1$  подставить функцию S = S(x), то получим зависимость степени пересжатия  $\alpha$  от текущего положения фронта ДВ (координаты x) в области сужения трубы. Используя эту зависимость  $\alpha = \alpha(x)$  совместно с формулами (5), можно оценить повышение давления  $p_*$ , плотности  $p_*$  и массовой скорости  $u_*$  ПД на волновом фронте по мере его распространения в трубе на участке  $x_0 < x < x_1$  (см. рис. 1).

Таким образом, в работе сформулирована простая модель, позволяющая вполне

адекватно описывать изменение скорости фронта и газодинамических параметров ДВ, распространяющейся в сужающемся канале по взрывчатой газовой смеси.

#### Список литературы

- 1. Вопросы использования детонации в технологических процессах / Под ред. В. В. Митрофанова. Новосибирск: ИГиЛ СО АН СССР, 1986. 142 с.
- 2. Импульсные детонационные двигатели / Под ред. С. М. Фролова. М.:ТОРУС ПРЕСС, 2000. 592 с.
- 3. Зельдович Я. Б. К теории распространения детонации в газообразных системах // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1940. Т. 10, вып. 5. С. 542–568.
- 4. *Баум* Ф. А., *Орленко Л. П., Станюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б. И.* Физика взрыва. М.: Наука, 1975. 704 с.
- 5. *Николаев Ю. А., Топчиян М. Е.* Расчет равновесных течений в детонационных волнах в газах // Физика горения и взрыва. 1977. Т. 13, № 3. С. 393–404.
- 6. Гавриленко Т. П., Николаев Ю. А., Ульяницкий В. Ю. Новые возможности детонационного напыления // Тр. Пятой международной конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике». Новосибирск, 2000. С. 155.
- 7. Айвазов Б. В., Зельдович Я. Б. Образование пересжатой детонационной волны в сужающейся трубке // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1947. Т. 17, вып. 10. С. 889–900.
- 8. Гавриленко Т. П., Николаев Ю. А., Топчиян М. Е. Исследование пересжатых детонационных волн // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 5. С. 119–123.
- 9. Gavrilenko T. P., Prokhorov E. S. Overdriven Gaseous Detonation // Progress in Astronautisc and Aeronautics; Vol. 87: Shock Waves, Explosions and Detonations / Eds. J. R. Bowen et al. 1983. P. 244–250.
- 10. Гавриленко Т. П., Григорьев В. В., Троцюк А. В., Ульяницкий В. Ю. Разгон частиц пересжатой детонационной волной // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 6. С. 104–109.
- 11. Ждан С. А., Прохоров Е. С. Квазиодномерный расчет детонации в канале пере-

- менного сечения // Физика горения и взрыва. 1984. Т. 20, № 5. С. 96–100.
- 12. *Прохоров Е. С.* К расчету распространения детонационных волн в сужающемся канале // Динамика сплошной среды. 1988. Вып. 88. С. 109–115.
- 13. Ждан С. А., Прохоров Е. С. Формирование и распространение пересжатых газодетонационных волн в конически сужающихся каналах // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 5. С. 92–100.
- 14. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика: Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- 15. *Митрофанов В. В.* Детонация гомогенных и гетерогенных систем. Новосибирск: Изд-во ИГиЛ СО РАН, 2003. 200 с.

- 16. *Гинзбург И. П.* Прикладная гидрогазодинамика. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1958. 339 с.
- 17. *Николаев Ю. А.* Теория детонации в широких трубах // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 3. С. 142–149.
- 18. *Teipel I*. Detonation Waves in Pipes with Variable Cross-Section // Acta Mechanica. 1983. Vol. 47. P. 185–191.
- 19. Whitham G. B. Linear and Nonlinear Waves. N. Y.: Wiley, 1974. 559 p.
- 20. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 804 с.

Материал поступил в редколлегию 28.12.2010

#### E. S. Prokhorov

# APPROXIMATE CALCULATION OF OVERDRIVEN GASEOUS DETONATION IN CONVERGENT CHANNELS

A simple quasi-one-dimensional model is presented to describe the propagation of gaseous detonation in a channel with variable cross-section. This model is applicable for the approximate analytical calculations of the degree overdrive of detonation wave in the transition of detonation from a broad to a narrow tube, and estimating the values of gasdynamic parameters at the detonation front.

Keywords: detonation waves, degree of overdrive, detonation products, isothermal environment, modeling.