

**ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ И ДЕМО-ВЕРСИИ –  
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ  
ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ В РАМКАХ ИНТЕРНЕТ-СЕРВЕРА  
«МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УСЛОВНО-КОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ»  
(НА ПРИМЕРЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СЕЙСМОТОМОГРАФИИ)\***

Созданный в 2000 г., функционирующий по сегодняшний день и успешно развивающийся сервер «Методы решения условно-корректных задач» является примером интернет-ориентированной информационно-аналитической системы со специализированной научной тематикой [Лаврентьев, Бадажков и др., 2003; Лаврентьев, Белоусова и др., 2003; Белоусова и др., 2004; Белоусова, Кисленко и др., 2005]. Условно-корректные задачи – научное направление, теоретическая и практическая составляющие которого интенсивно и непрерывно развиваются, за большинством результатов стоят соответствующие алгоритмы и программы, поэтому решение задач представления результатов в полном объеме без привлечения современных информационных технологий, имитационного моделирования не представляется возможным.

Представляемое программное обеспечение реализовано на языке Java, что способствует взаимодействию продукта практически с любым браузером (программой доступа в глобальную сеть интернет).

### **Численное моделирование прямой кинематической задачи**

#### **Постановка задачи**

Данная программа численного моделирования реализует решение прямой кинематической задачи с использованием системы дифференциальных уравнений луча в случае двух пространственных переменных, выписанной в 1967 г. [Лаврентьев, Романов, 1966] как следствие из уравнения эйконала. Решение ищется понижением порядка дифференциальных уравнений (со второго до первого) введением дополнительных переменных, что приводит к увеличению числа уравнений в системе, в которую добавляется еще одно уравнение для расчета времени, после чего применяется метод Рунге-Кутты. Вычисления выполняются согласно методике, подробно описанной А. Г. Романовым [1972а]. В приведенной ниже численной иллюстрации решения прямой кинематической задачи она решается в общей постановке, которая затем при решении обратной кинематической задачи в томографической постановке может быть адаптирована к используемой круговой системе наблюдения.

Программа реализует решение прямой задачи геометрической сейсмологии для среды, в которой скорость определяется как

$$V = 1 + A_x x + A_y y + A_z z.$$

Траектория луча определяется из решения системы нелинейных дифференциальных уравнений:

$$y'' = \frac{\partial \ln V}{\partial x} x' y' + \frac{\partial \ln V}{\partial z} z' y' + (y'^2 - 1) \frac{\partial \ln V}{\partial y},$$

\* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 06-01-81000-Бел\_а) и междисциплинарной программы СО РАН «Интеграция» (грант № 10).

$$x'' = \frac{\partial \ln V}{\partial y} x' y' + \frac{\partial \ln V}{\partial z} x' z' + (x'^2 - 1) \frac{\partial \ln V}{\partial x},$$

$$z'' = \frac{\partial \ln V}{\partial x} x' z' + \frac{\partial \ln V}{\partial y} y' z' + (z'^2 - 1) \frac{\partial \ln V}{\partial z}.$$

Здесь  $x = x(s)$ ;  $y = y(s)$ ;  $z = z(s)$ ;  $x' = dx/ds$ ,  $y' = dy/ds$ ,  $z' = dz/ds$ ,  $s$  – расстояние вдоль луча. При этом начальные данные:

$$x_1(s_0) = x_1^0, y_1(s_0) = y_1^0, z_1(s_0) = z_1^0,$$

$$x'(s_0) = \cos \varphi, y'(s_0) = \cos \beta, z'(s_0) = \cos \gamma, s_0 = \{x, y, z\},$$

где  $\varphi, \beta, \gamma$  – направляющие углы выхода луча из точки  $s_0$ .

Для вычисления в программе задаются следующие параметры в соответствующих окошках:

- $x, y, z$  – точки выхода луча из источника ( $0 < x < 4, -0,5 < y < 0,5, 0 < z < 1$ );
- $A_x, A_y, A_z$  – коэффициенты глобального градиента скорости ( $0 < A_x < 0,2, 0 < A_y < 0,5, 0,5 < A_z < 2$ );
- $a, b, c$  определяют координаты вектора выхода луча из точки  $s_0$ .

После операции «Normalize» получаем величины

$$a' = a / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2},$$

$H$  – шаг в методе Рунге-Кутты ( $0,001 < H < 0,1$ ),

$$b' = b / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2},$$

$$c' = c / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

### Описание демо-версии программы

Демонстрационная версия программы [Белоусова и др., 2004] написана на языке Java и запускается на компьютере пользователя в любом браузере, например Internet Explorer. Программный продукт позволяет задавать в окошках интерфейса численные значения следующих параметров: координаты источника ( $X, Y, Z$ ), значения амплитуд ( $A_x, A_y, A_z$ ), направляющих косинусов ( $a, b, c$ ) и  $H$ . В зависимости от заданных параметров на экране происходит отрисовка траектории луча в двух графических окнах по различным плоскостям:  $XZ$  и  $XY$ . При этом каждый параметр может задаваться в определенных численных ограничениях, что также поясняется рядом с окошком задания значений. Работа с демо-версией программы происходит с помощью следующих кнопок:

- Normalize – нормализация величин  $a, b, c$ ;
- Clear – очистка экрана;
- Start – вычисление и отрисовка луча.

### Численное моделирование обратной кинематической задачи в томографической постановке

#### Постановка задачи

Рассмотрим трехмерно-неоднородную среду с показателем преломления  $n(x, y, z) = V^{-1}(x, y, z)$ , где  $V(x, y, z)$  – скорость распространения колебаний в среде. В точке  $S_0 = (x_0, y_0, 0)$  генерируется сигнал, а в точке  $S_1 = (x_1, y_1, 0)$  регистрируется время прихода рефрагированной волны –  $T(S_0, S_1)$ . Обратная кинематическая задача заключается в определении функции  $V(x, y, z)$  по заданной функции  $T(S_0, S_1)$ . В общем случае обратная кинематическая задача является переопределенной: по функции четырех переменных  $T(x_0, y_0, x_1, y_1)$  определяется функция трех переменных  $V(x, y, z)$ . В переопределенной постановке обратная кинематическая задача исследовалась В. Г. Романовым и Р. Г. Мухометовым.

Организация системы наблюдений в форме окружности радиуса  $r$  (с центром в точке  $(0, 0)$ ) позволяет снять переопределенность задачи, так как теперь  $T$  – функция радиуса  $r$  и двух углов  $\varphi, \varphi_2$  (в полярных координатах) на источник и приемник соответственно.

Исследуемая среда предполагается регулярной. Это означает, что изменения скорости в среде таковы, что паре точек источник-приемник ( $S_0$  и  $S_1$ ) соответствует одна геодезическая

кая линия (луч)  $\Gamma(S_0, S_1)$ . Следующим важным предположением является то, что скорость  $V(x, y, z)$  представима в виде

$$V(\bar{x}) = V_0(z) + V_1(\bar{x}), \quad \bar{x} = (x, y, z), \\ V_0 \gg |V_1|, \quad V_0(z) = A + Bz,$$

$A = \text{const}, B = \text{const}, A > 0, B > 0$ .

Соотношение величин  $A$  и  $B$  таково, что обеспечивается достаточное заглупление луча при заданной базе наблюдения (расстояние между источником и приемником).

Функция  $V_0(z)$  считается известной, т. е. числа  $A$  и  $B$  заданы, определению подлежит функция  $V_1(x, y, z)$ .

Для дальнейших рассуждений, используя метод линеаризации обратной кинематической задачи для многомерных сред систематически применяемый, начиная с работ [Лаврентьев, Романов, 1966; Романов, 1972а; Романов, 1972б], приходим к формуле

$$T_1(S_0, S_1) = \int_{\Gamma_0(S_0, S_1)} n_1 ds,$$

где  $n_1 = \frac{1}{V} - \frac{1}{V_0}$ ;  $T_1 = T - T_0$ .

Значения  $T$  считаются известными (результат решения прямой задачи, а на практике это вектор измерений), значения  $T_0$  в случае  $V_0(z) = A + Bz$  вычисляются в явном виде, а  $\Gamma_0$  – дуги окружностей, лежащих на сфере  $R^2 = (z - \frac{A}{B})^2 + |\bar{x}|^2$ ,  $\bar{x} = (x, y)$ .

На данном этапе задача свелась к определению по функции  $T_1$  функции  $n_1$  из интегрального уравнения.

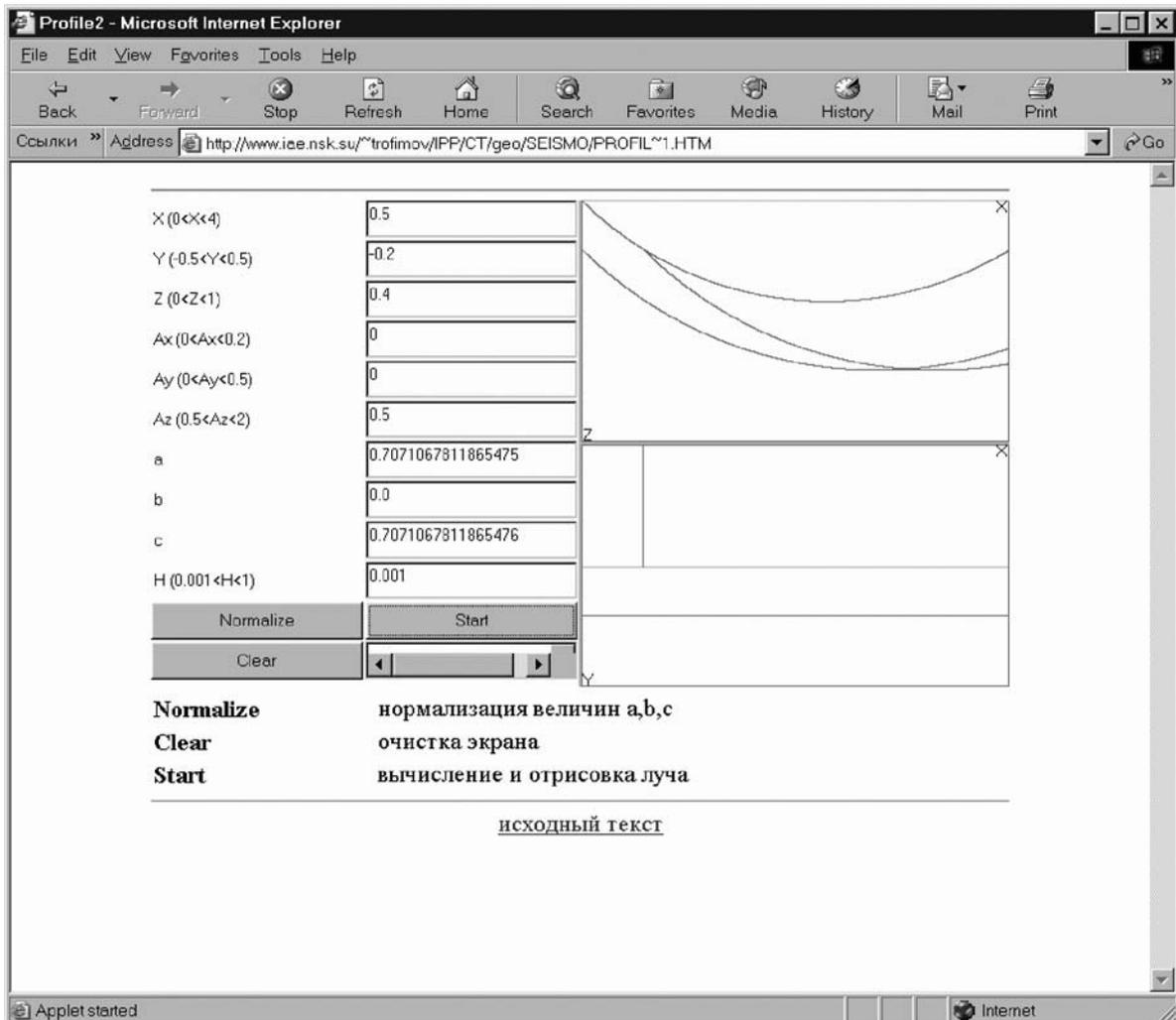


Рис. 1. Пример работы демо-версии программы в браузере Internet Explorer

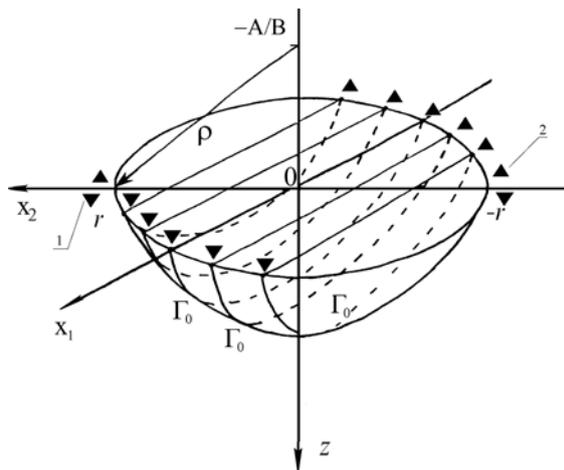


Рис. 2. Система сбора данных, используемых при решении обратной кинематической задачи в томографической постановке: 1 – источник сигнала; 2 – приемник сигнала

Использование системы наблюдений в виде окружности не только снимает переопределенность, но и существенно формирует томографическую постановку исследуемой задачи. Лучи  $\Gamma_0$ , «натянутые» на окружность системы наблюдений, образуют поверхность шарового сегмента (рис. 2). Изменение радиуса  $r$  позволяет получить систему вложенных шаровых сегментов, заполняющих объем исследуемой области в  $R^3$ . Определяя  $n_1$  на поверхности таких шаровых сегментов, получаем решение трехмерной задачи. Заметим, что используемое послойное изучение объекта исследования, методика снятия проекционных данных ставит решаемую задачу в один ряд с известными задачами классической томографии.

### Методика вычислительного эксперимента

Решению обратной задачи предшествует решение прямой, в данном случае краевой (двухточечной) кинематической задачи.

Двухточечная прямая кинематическая задача решается методом пристрелки в комбинации с интерполяцией времен, рассчитанных для трех точек в окрестности приемника в точку приема. Используется многократное решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений луча с выбором начальных данных, основанном на методе секущих. (Алгоритм решения такой задачи подробно описан, см.: [Lavrentiev et al., 2001]).

В результате в соответствии с использованием метода вычислительной томографии формируется проекционная матрица, элементы которой являются временами прихода рефрагированных волн с соответствующими весами, определяемыми переходом от интегрирования вдоль луча  $\Gamma_0$  дуги окружности к стягивающей эту дугу хорде, что осуществляет переход к двумерной задаче [Lavrentiev et al., 2001]. Далее полученный на поверхности круг разбивается на пиксели, элементы проекционной матрицы представляются как лучевые суммы, и, применяя метод алгебраической реконструкции, получаем искомое решение томографической задачи (в квадрате, описанном вокруг окружности системы наблюдения) и тем самым исходной обратной кинематической задачи.

Используется фиксированная система наблюдений с 9-ю парами источник-приемник с 8-ю направлениями, угол проекций – 45 градусов, сетка восстановления – фиксированная.

Демонстрационная версия программы, реализующая решение обратной кинематической задачи, написана на Java и запускается на компьютере пользователя в любой программе-браузере (например, Internet Explorer) (рис. 3).

### Описание демо-версии программы

Демонстрационная версия данной программы [Белоусова, Ксленко и др., 2005] так же, как и предыдущая, написана на языке Java и запускается на компьютере пользователя в любом браузере, например Internet Explorer. Программный продукт позволяет задавать в окошках интерфейса численные значения параметров для референтной среды (объединены словом «Global»); локальной неоднородности (объединены словом «Local»).

При обработке данных необходимо обязательно произвести следующие операции (соответствующие кнопки интерфейса):

- Solution – решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), полученных из предыдущих операций;
- Median Filter – медианная фильтрация;
- Average – фильтрация с помощью скользящего среднего (сглаживание);
- Interpolation – интерполяция для визуализации.

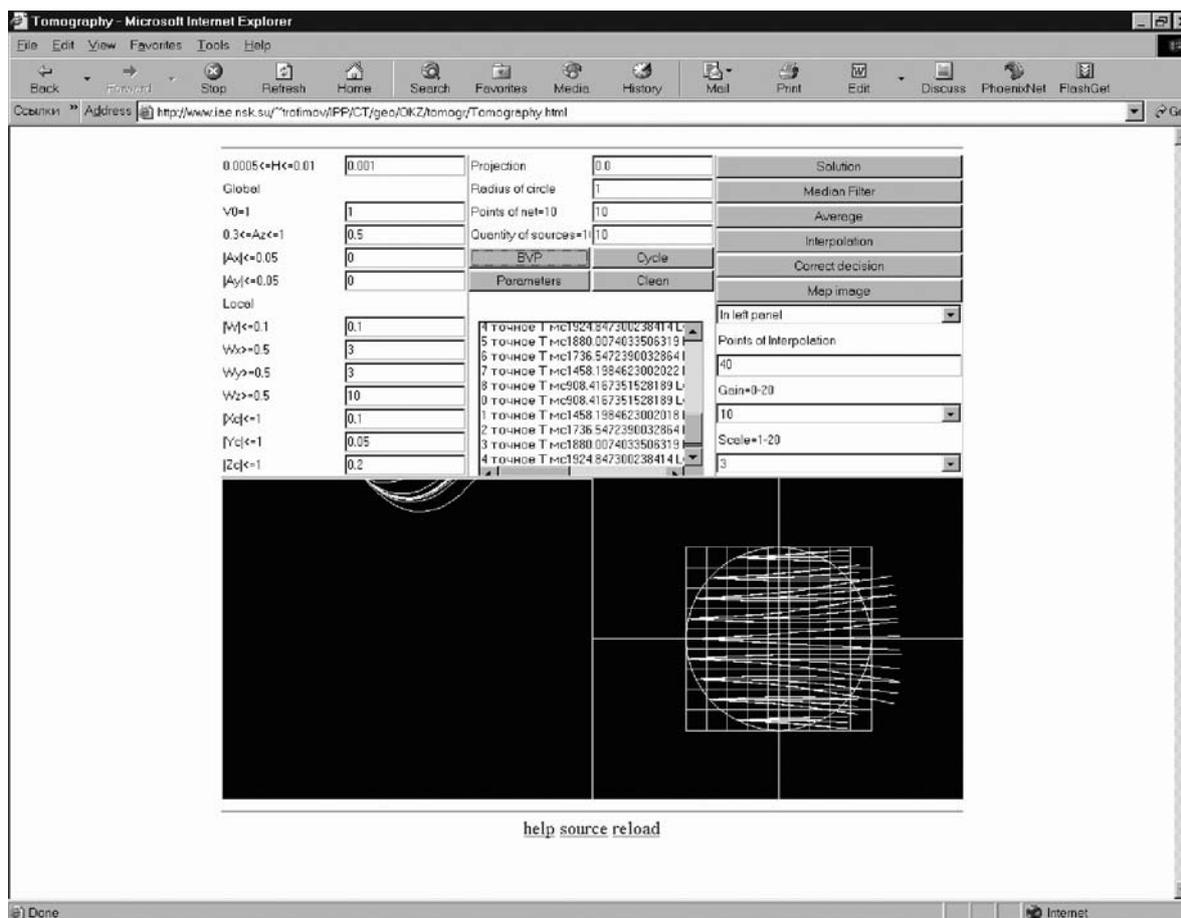


Рис. 3. Иллюстрация работы демо-версии программы, реализующей численное решение обратной кинематической задачи в томографической постановке, в Internet Explorer

А также в интерфейсе программы предусмотрены следующие операции (соответствующие кнопки):

- BVP – насчитывает одну проекцию, в Projection задается любое значение угла проекции;
- Cycle – просвечивание с разных сторон;
- Projection – угол наклона всей системы. Все насчитывается в среде с аномальным включением (скоростная неоднородность), затем насчитывается в среде без включения;
- Parameters – считывание всех управляющих параметров, заданных пользователем в окошках программы. Раздел задания параметров включает как Global (параметры референтной среды), так и Local (параметры локальной неоднородности);
- Correct decision – вычисление точного решения;
- In left (right) panel – выбор левой (правой) графической панели, на которой будет происходить визуализация точного и полученного численного решений;
- Map image – визуализация точного и численного решений.

Использование достижений вычислительной техники, в частности, WWW-серверов и гипертекстовых систем позволяет на качественно новом уровне поставить и решить проблемы концентрации, систематизации, использования и развития методов решения условно-корректных задач. За 2005 г. было зарегистрировано свыше 150 тысяч обращений к данному серверу пользователей более чем из 50 стран, что свидетельствует о его востребованности и популярности как среди ученых, так и среди студентов всего мира.

### Список литературы

Белоусова О. Н., Кисленко Н. П., Хогоев Е. А. Развитие методической составляющей раздела «Геотомография» сервера «Методы решения условно-корректных задач» с использованием демо-версий численного решения томографических задач // Тр. НГАСУ. Новосибирск, 2004. С. 91–99.

*Белоусова О. Н., Кисленко Н. П., Хогоев Е. А.* Имитационная модель кинематической сейсмотомографии в интернет-проекте «Геотомография» // Тр. НГАСУ. Новосибирск, 2005. С. 29–34.

*Лаврентьев М. М., Бадажков Д. В., Белоусова О. Н. и др.* Информационно-аналитический сервер «Методы решения условно-корректных задач» и его методические аспекты // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Новосибирск, 2003. Т. 3, вып. 1. С. 66–68.

*Лаврентьев М. М., Белоусова О. Н., Зеркаль С. М.* Раздел «Сейсмическая томография» на информационно-аналитическом сервере «Методы решения условно-корректных задач» // Геофизика. М.: Ред.-изд. центр ЕАГО, 2003. № 3. С. 3–6.

*Лаврентьев М. М., Романов В. Г.* О трех линейризованных обратных задачах для гиперболических уравнений // Докл. АН СССР. 1966. Т. 171, № 6. С. 1279–1281.

*Романов В. Г.* Задача об определении одномерной скорости распространения сигналов в полупространстве по режиму колебаний одной из точек этого полупространства // Математические проблемы геофизики. Новосибирск, 1972а. Вып. 3. С. 67–74.

*Романов В. Г.* Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: Наука, 1972б.

*Lavrentiev M. M., Zerkal S. M., Trofimov O. E.* Computer Modelling in Tomography and Ill-Posed Problems. The Netherlands: VSP, 2001.

*Материал поступил в редколлегию 27.09.2006*