

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФГАОУ ВО "Новосибирский национальный
исследовательский государственный университет"**

Факультет естественных наук

УТВЕРЖДАЮ



Декан ФЕН НГУ, профессор

Резников В.А.

«29» августа 2014 г.

Высшая алгебра

**Программа лекционного курса, семинаров,
коллоквиумов и самостоятельной работы студентов**

Курс 1, I семестр

Учебно-методический комплекс

Новосибирск 2014

Учебно-методический комплекс «Высшая алгебра» предназначен для студентов I курса факультета естественных наук, направление подготовки 020100 «Химия (бакалавр)». В состав пособия включены: программы курсов лекций и семинаров, программы коллоквиумов и типовых задач с решениями. Кроме того, приведен набор задач для самостоятельной работы студентов, даны примеры вариантов контрольных работ, и задач, предлагавшихся на экзаменах в прошлые годы.

Составитель

доц. А.Н.Ряскин

© Новосибирский государственный университет, 2014

Содержание

Аннотация рабочей программы	4
1. Цели освоения дисциплины	5
2. Место дисциплины в структуре ООП	6
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	7
4. Структура и содержание дисциплины	8
Блочная программа курса	8
Программа курса лекций	9
Основные понятия и определения	12
Основные утверждения	13
5. Образовательные технологии	14
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости	14
Коллоквиум	15
Образцы билетов для подготовки к экзамену	17
Примеры контрольных работ	20
Примеры задач по курсу	22
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины	24
Рекомендованная литература к теоретическому курсу	24
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины	25

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Высшая алгебра» входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла ООП по направлению подготовки «020100 ХИМИЯ», квалификация (степень) «бакалавр». Дисциплина реализуется на Факультете естественных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Новосибирский национальный исследовательский государственный университет" (НГУ) кафедрой Высшей математики Механико-математического факультета.

Предлагаемый курс высшей алгебры освещает вопросы, связанных со свойствами функций вещественных переменных (дифференциальным, интегральным исчислением функций одной и многих переменных), элементами дифференциальных уравнений и теории устойчивости и их приложениями в рамках естественных наук.

Результаты освоения дисциплины «Высшая алгебра» используются в следующих дисциплинах данной ООП: математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика; физика; основы компьютерной грамотности; физическая химия; охрана окружающей среды; методы вычислений.

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника общекультурных компетенций: ОК-6, ОК-13, ОК-14.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, семинарские занятия, контрольные работы, коллоквиумы, домашние задания, консультации, сдача зачетов и экзаменов, самостоятельная работа студента.

Общая трудоемкость дисциплины «Высшая алгебра» составляет 3,5 зачетных единицы, 126 академических часов. Программой дисциплины «Высшая алгебра» предусмотрены 34 часа лекций, 34 часа семинаров и 52 часа самостоятельной работы. Остальное время – контроль в форме зачета и экзамена.

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Высшая алгебра», предлагаемая студентам факультета естественных наук, изучает понятия действительных и комплексных чисел, решение систем линейных уравнений, понятия матрицы, определителя, собственного вектора и собственного числа матриц, векторные и евклидовы пространства, кривые и поверхности второго порядка. Помимо воспитания в студентах элементов математической культуры, необходимых в любой области знания, основной целью освоения указанной дисциплины является формирование понимания общих принципов решения задач высшей алгебры и отработка навыков решения конкретных задач, воспитание у студентов логического мышления и умения строить обоснованные цепочки высказываний, видения поставленной проблемы в целом и умения применять особенности прикладных задач, обучить учащихся основным теоретическим понятиям и практическим методам высшей алгебры, на примерах конкретных задач отработать классические методы, приемы и алгоритмы, необходимые студентам в дальнейших курсах обучения.

Для достижения поставленной цели выделяются следующие задачи курса:

- получить основные представления о теории действительных и комплексных числах;
- нахождение корней многочленов, разложение рациональных дробей в сумму простых дробей;
- овладение навыками решения систем линейных уравнений, построение базисов векторных пространств;
- нахождение собственных векторов и собственных чисел квадратных матриц, определение вида кривых и поверхностей второго порядка.

Требования к уровню освоения содержания дисциплины.

По окончании изучения дисциплины студент должен

— *иметь представление о* высшей алгебре как науке, изучающей числа, матрицы, пространства, алгебраические формы.

— *знать*

1. Элементы теории комплексных чисел.
2. Нахождение корней многочленов.
3. Разложение рациональных дробей в сумму простых дробей.

4. Матрицы и подстановки.
5. Определители квадратных матриц и их свойства.
6. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
7. Векторные пространства, линейная независимость, базис и размерность пространства.
8. Ранг матрицы.
9. Решение систем линейных уравнений, фундаментальная система решений.
10. Собственные векторы и собственные числа квадратных матриц.
11. Евклидовы пространства, ортонормированная система векторов, метод Грамма-Шмидта.
12. Квадратичные и эрмитовы формы.
13. Приведение эрмитовой формы к сумме квадратов.
14. Канонические уравнения кривых второго порядка.

— *уметь*

1. логически выстраивать математические рассуждения;
2. находить корни многочленов;
3. раскладывать рациональные дроби в сумму простых дробей;
4. вычислять определители;
5. находить обратные матрицы;
6. решать системы линейных уравнений: по методам Крамера и Гаусса;
7. строить фундаментальные системы решений;
8. вычислять собственные векторы и собственные числа квадратных матриц;
9. определять вид кривых и поверхностей второго порядка.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Высшая алгебра» является частью математического и естественнонаучного цикла ООП, базовая часть, по направлению подготовки «020100 ХИМИЯ», уровень подготовки – «бакалавр».

Дисциплина «Высшая алгебра» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- математический анализ;

Результаты освоения дисциплины «Высшая алгебра» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- основы компьютерной грамотности;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- физика;
- химическая термодинамика;
- строение вещества;
- химия твердого тела;
- компьютерное моделирование процессов и явлений физической химии (ТВС);
- химическая кинетика;
- теоретическая электрохимия и инструментальные методы анализа;
- вычислительные методы в органической химии;
- математическое моделирование экосистем;
- математическое моделирование переноса и трансформации веществ.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Высшая алгебра»:

Общекультурные компетенции:

- использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-6);
- настойчив в достижении цели с учетом моральных и правовых норм и служебных обязанностей (ОК-13);
- умеет работать в коллективе, готов к сотрудничеству с коллегами, способен к разрешению конфликтов и к социальной адаптации (ОК-14);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- иметь представление о фундаментальных основах высшей алгебры;

- знать алгоритмы решения базовых задач, основанных на применении понятий системы линейных уравнений, матрицы, алгебраической формы;
- уметь применять полученные знания при моделировании процессов физики, химии, биологии;
- быть готовым к педагогической деятельности в общеобразовательных учреждениях.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Высшая алгебра» составляет 3,5 зачетных единицы, 126 академических часов.

Блочная программа курса

№ п/п	Наименование разделов и тем	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)			
		Лекции	Семинары	Самост. работа	Контроль
1	Комплексные числа и многочлены	10	8	3	
2	Матрицы и определители	8	7	3	
3	Векторы	6	5	3	
4	Контрольная работа	-	2	3	
5	Системы линейных уравнений	4	3	3	
6	Коллоквиум	-	2	3	
7	Скалярное произведение. Квадратичные формы	6	5	3	
8	Контрольная работа	-	2	3	
9	Зачет	-	-	4	3
	Экзамен			24	3
	Итого	34	34	52	6

Программа курса лекций

ТЕМА 1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ (10 ч.)

Лекция I

Квадратные матрицы и действия над ними. Прямоугольные матрицы. Запись системы линейных уравнений в матричной форме. Комплексные числа как матрицы.

Лекция II

Геометрическое изображение комплексных чисел. Нормальная алгебраическая форма комплексного числа. Сложение и умножение комплексных чисел в нормальной алгебраической форме. Комплексно-сопряженные числа и их свойства. Деление комплексных чисел.

Нормальная тригонометрическая форма. Аргументы чисел ($-z$) и z^{-1} . Умножение и деление комплексных чисел в н.т.ф. Формула Муавра. Синусы и косинусы кратных углов.

Лекция III

Многочлены. Понятие корня. Теорема Безу. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Кратные корни. Принцип Гаусса. Разложение многочлена на линейные множители. Формулы Виета. Квадратные уравнения.

Двучленные уравнения и их связь с правильными многоугольниками. Корни из 1 и их расположение на координатной плоскости.

Лекция IV

Теорема о сопряженных корнях многочленов с действительными коэффициентами. Кратность сопряженного корня. Разложение многочленов с действительными коэффициентами в произведение многочленов 1-й и 2-й степеней с действительными коэффициентами.

Лекция V

Разложение правильной рациональной дроби в сумму простых дробей.

ТЕМА 2. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ (8 ч.)

Лекция VI

Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Единственность обратной матрицы. Условие обратимости диагональной матрицы. Системы линейных уравнений с обратной матрицей.

Подстановки. Разложение в произведение независимых циклов. Четные и нечетные подстановки.

Лекция VII

Изменение четности подстановки при умножении на транспозицию. Четность обратной подстановки.

Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.

Лекция VIII

Миноры и алгебраические дополнения. Определитель произведения двух квадратных матриц.

Лекция IX

Обратная матрица и ее вычисление.

Формулы Крамера. Определитель Вандермонда. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

ТЕМА 3. ВЕКТОРЫ (6 ч.)

Лекция X

Арифметическое векторное пространство. Подпространство. Линейная оболочка. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Линейная зависимость.

Лекция XI

Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя.

Основная теорема о линейной зависимости. Размерность подпространства и построение базиса.

Лекция XI

Теорема о ранге матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Способы вычисления ранга матрицы. Вычисление базиса линейной оболочки.

ТЕМА 4. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (4 ч.)

Лекция XIII

Критерий совместимости. Эквивалентные системы. Однородная система с квадратной матрицей. Фундаментальная система решений однородной системы.

Связь между решениями систем $AX=B$ и $AX=0$. Общее решение совместной системы.

Лекция XIV

Собственные числа и собственные векторы квадратной матрицы. Характеристический многочлен матриц. Нахождение собственных векторов. Максимальное число линейно независимых собственных векторов, относящихся к данному собственному числу матрицы.

Подобие матриц. Матрицы, подобные диагональной.

ТЕМА 5. СКАЛЯРОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ (6 ч.)

Лекция XV

Скалярное произведение векторов в \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n и его свойства. Норма (или длина) вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональные векторы. Построение ортогонального базиса.

Лекция XVI

Собственные числа эрмитовой матрицы. Ортогональность собственных векторов, относящихся к разным собственным числам эрмитовой матрицы.

Квадратичные и эрмитовы формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Лекция XVII

Канонические уравнения кривых второго порядка.

Определение вида кривой второго порядка.

Основные понятия и определения

1. Комплексные числа. Нормальная алгебраическая форма комплексного числа. Нормальная тригонометрическая форма.
2. Многочлены. Понятие корня.
3. Рациональные дроби.
4. Матрицы. Транспонирование матриц. Обратимая матрица.
5. Подстановки. Определитель квадратной матрицы.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Обратная матрица. Определитель Вандермонда. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

8. Векторное пространство. Подпространство. Линейная оболочка. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Линейная зависимость.
9. Ранг матрицы. Размерность подпространства.
10. Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы. Общее решение совместной системы.
11. Собственные числа и собственные векторы квадратной матрицы. Характеристический многочлен матриц.
12. Подобие матриц.
13. Евклидово пространство. Скалярное произведение векторов.
14. Симметрические и эрмитовы матрицы. Квадратичные и эрмитовы формы.
15. Кривые и поверхности второго порядка.

Основные утверждения

1. Формула Муавра.
2. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов.
3. Корни из 1 и их расположение на координатной плоскости.
4. Теорема о сопряженных корнях многочленов с действительными коэффициентами.
5. Разложение многочленов с действительными коэффициентами в произведение многочленов 1-й и 2-й степеней с действительными коэффициентами.
6. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простых дробей.
7. Изменение четности подстановки при умножении на транспозицию. Четность обратной подстановки.
8. Определитель произведения двух квадратных матриц.
9. Обратная матрица и ее вычисление. Формулы Крамера.
10. Теорема о базисном миноре.
11. Основная теорема о линейной зависимости.
12. Теорема о ранге матрицы.

13. Связь между решениями систем $AX=B$ и $AX=0$. Общее решение совместной системы.
14. Максимальное число линейно независимых собственных векторов, относящихся к данному собственному числу матрицы.
15. Неравенство Коши-Буняковского. Построение ортогонального базиса.
16. Ортогональность собственных векторов, относящихся к разным собственным числам эрмитовой матрицы.
17. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
18. Определение вида кривой второго порядка.

5. Образовательные технологии

Формы контроля

- Экзамены — один, в конце семестра, проводит лектор и преподаватели, ведущие практические занятия.
- Зачеты — один, в конце семестра, проводят преподаватели, ведущие практические занятия.
- Контрольные работы — 2, проводят преподаватели, ведущие практические занятия.
- Коллоквиумы — 1, проводит лектор и преподаватели, ведущие практические занятия.
- Опрос студентов, демонстрационное решение задач, проверка выполнения домашних заданий, самостоятельные работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

1. Текущий контроль: заключается в проверке выполнения домашних заданий на практических занятиях (семинарах).
2. Промежуточный контроль: в середине каждого семестра предусмотрен коллоквиум по пройденному материалу. Теоретические вопросы к коллоквиуму приведены выше. Он может проводиться как в устной, так и в письменной форме по усмотрению

преподавателя. Оценка за коллоквиум может учитываться при выставлении итоговой оценки на экзамене.

3. В каждом из семестров предусмотрены семестровые домашние задания, выполнение которых является необходимым для получения зачета и допуска к итоговому экзамену.

4. Итоговый контроль усвоения материала курса за семестр осуществляется на экзамене, который проводится в устной форме. Образцы экзаменационных билетов приведены выше. Билет содержит два теоретических вопроса, как правило, из различных разделов семестрового курса. Кроме того, каждому студенту дается задача, дополняющая материал билета. Для получения отличной оценки необходимо ответить на вопросы билета с исчерпывающей полнотой: дать точные формулировки необходимых математических определений и утверждений, включая их доказательства, если они приводились в курсе лекций; решить прилагаемую к билету задачу. Для получения оценки «хорошо» достаточно уметь безошибочно сформулировать основные утверждения, требуемые в билете, и изложить схему их доказательства, а также решить дополнительную задачу или хотя бы объяснить метод ее решения. Для получения удовлетворительной оценки необходимо правильно формулировать основные математические утверждения

Коллоквиум

1. Квадратные матрицы и действия над ними. Прямоугольные матрицы. Запись системы линейных уравнений в матричной форме. Комплексные числа как матрицы.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел. Нормальная алгебраическая форма комплексного числа. Сложение и умножение комплексных чисел в нормальной алгебраической форме. Комплексно-сопряженные числа и их свойства. Деление комплексных чисел.
3. Нормальная тригонометрическая форма. Аргументы чисел ($-z$) и z^{-1} . Умножение и деление комплексных чисел в н.т.ф. Формула Муавра. Синусы и косинусы кратных углов.
4. Многочлены. Понятие корня. Теорема Безу. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Кратные корни.

Принцип Гаусса. Разложение многочлена на линейные множители. Формулы Виета. Квадратные уравнения.

5. Двучленные уравнения и их связь с правильными многоугольниками. Корни из 1 и их расположение на координатной плоскости.
6. Теорема о сопряженных корнях многочленов с действительными коэффициентами. Кратность сопряженного корня. Разложение многочленов с действительными коэффициентами в произведение многочленов 1-й и 2-й степеней с действительными коэффициентами.
7. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простых дробей.
8. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Единственность обратной матрицы. Условие обратимости диагональной матрицы. Системы линейных уравнений с обратимой матрицей.
9. Подстановки. Разложение в произведение независимых циклов. Четные и нечетные подстановки.
10. Изменение четности подстановки при умножении на транспозицию. Четность обратной подстановки.
11. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
12. Миноры и алгебраические дополнения. Определитель произведения двух квадратных матриц.
13. Обратная матрица и ее вычисление.
14. Формулы Крамера. Определитель Вандермонда. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

Образцы билетов для подготовки к экзамену

Билет № 1

1. Многочлены. Понятие корня. Теорема Безу. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов.
2. обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Условие обратимости диагональной матрицы.

Билет № 2

1. Условие равенства нулю определителя.
2. Каноническое уравнение эллипса.

Билет № 3

1. Изменение четности подстановки при умножении на транспозицию.
2. Теорема Кронекера-Капелли.

Билет № 4

1. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.
2. Подобные матрицы. Матрицы, подобные диагональной.

Билет № 5

1. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простых дробей.
2. Системы линейных уравнений с обратной матрицей.

Билет № 6

1. Теорема Виета.
2. Построение обратной матрицы.

Билет № 7

1. Разложение многочлена с действительными коэффициентами в произведение многочленов 1-й и 2-й степеней с действительными коэффициентами.

2. Теорема о ранге матрицы.

Билет № 8

1. Определение векторного пространства.
2. Общее уравнение кривой 2-го порядка (рассмотреть только случай, когда система $AU+B=0$ совместна).

Билет № 9

1. Транспонирование матриц: определение и простейшие свойства.
2. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

Билет № 10

1. Подстановки. Разложение в произведение независимых циклов. Четные и нечетные подстановки.
2. Связь между решениями систем $AX=0$ и $AX=B$. Общее решение совместной системы.

Билет № 11

1. Корни многочлена с вещественными коэффициентами.
2. Элементарные преобразования матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.

Билет № 12

1. Теорема Виета.
2. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.

Билет № 13

1. Формула Муавра. Корни из единицы и их расположение на координатной плоскости.
2. Общее уравнение кривой 2-го порядка (рассмотреть только случай, когда система $AU+B=0$ несовместна).

Билет № 14

1. Определитель Вандермонда.
2. Метод ортогонализации.

Билет № 15

1. Определение векторного пространства.
2. Разложение правильной рациональной дроби.

Билет № 16

1. Четность обратной подстановки.
2. Собственные числа эрмитовой матрицы.

Билет № 17

1. Определения понятия линейной независимости.
2. Теорема о сопряженных корнях многочлена с вещественными коэффициентами.

Билет № 18

1. Определитель квадратной матрицы.
2. Теорема о ранге матрицы.

Билет № 19

1. Определитель произведения двух квадратных матриц.
2. Теорема Кронекера-Капелли.

Билет № 20

1. Комплексные числа как матрицы.
2. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

Билет № 21

1. Свойства определителей.
2. Собственные векторы и собственные числа квадратной матрицы.

Билет № 22

1. Число подстановок степени n . Число нечетных подстановок степени n .
2. Основная теорема о линейной зависимости.

Билет № 23

1. Произведение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

2. Приведение действительной квадратичной формы к сумме квадратов (существование ортогонального преобразования без доказательства).

Билет № 24

1. Разложение определителя по строке.
2. Каноническое уравнение параболы.

Билет № 25

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Приведение действительной квадратичной формы к сумме квадратов (показать существование ортогонального преобразования).

Билет № 26

1. Четность обратной подстановки.
2. Существование квадратной ортонормированной матрицы, содержащей данную ортонормированную систему векторов.

Билет № 27

1. Основная лемма о линейной зависимости (в арифметическом векторном пространстве).
2. Единственность матрицы квадратичной (эрмитовой) формы.

Билет № 28

1. Построение базиса векторного пространства.
2. Собственные числа эрмитовой матрицы.

Примеры контрольных работ

Контрольная работа № 1.

1. Решить уравнение $|z+2i|=|z|$.
2. Представить в алгебраической форме $(3+i)/((1+i)(1-2i))$.

3. Разложить $P(x) = x^3 - 2x^2 + 23x - 24$ по степеням $h(x) = x - 2$.
4. Разложить на простейшие дроби над полем \mathbb{R}
 $1/(x^2 - 4x + 5)(x^2 - 4x + 4)$.
5. Как изменится определитель квадратной матрицы A , если каждый ее элемент a_{ij} умножить на α^{i-j} ($i \neq j$).

Контрольная работа № 2.

1. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить по методу Гаусса систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} 1x_1 - 2x_2 + 1x_3 - 1x_4 + 1x_5 &= 0 \\ 2x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 2x_4 - 3x_5 &= 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 1x_3 + 1x_4 - 2x_5 &= 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 &= 0. \end{aligned}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

4. Определить вид кривой $5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0$.

Примеры задач по курсу

1. Решить уравнение $x^4 - 3x^2 + 4 = 0$.
2. Пользуясь формулой Муаврв вычислить $(1+i)^{25}$, $(2+3i)^{1/5}$.
3. Выразить $\sin 5x$ через $\sin x$ и $\cos x$.
4. Разложить на простейшие дроби над полем \mathbb{R} дроби $1/(x^4 + 4)$, $1/(x^2 - 1)^2$.
5. В пространстве строк над числовым полем заданы векторы $f_1=(1,1,1,1)$, $f_2=(1,1,-1,-1)$, $f_3=(1,-1,1,-1)$, $f_4=(1,-1,-1,1)$. Можно ли принять $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ за базис? Каковы координаты вектора $x=(1,2,1,1)$ в этом базисе?
6. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$$

7. С помощью теоремы Крамера решить систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 11. \end{aligned}$$

8. Решить по методу Гаусса систему линейных уравнений и построить фундаментальную систему решений

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 &= 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= 0. \end{aligned}$$

9. Обратить матрицу

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -10 & \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{vmatrix}$$

11. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & +1 \end{vmatrix}$$

12. Приписать к матрице

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

еще две строчки, ортогональные между собой и ортогональные к первым трем строчкам.

13. Преобразовать к каноническому виду ортогональным преобразованием квадратичную форму

$$2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3.$$

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Рекомендованная литература к теоретическому курсу

а) основная литература:

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – 2-е изд.- С.-Пб.:Лань, 2009.
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.— 10-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 304 с.
3. Курош А.Г. *Курс высшей алгебры*. – М.: Наука, 1968.
4. Мальцев А.И. *Основы линейной алгебры*. – М.: Наука, 1975.
5. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия: Учеб. для вузов. — 7-е изд., стер. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 224 с. — (Курс высшей математики и математической физики.)
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб. для вузов. — 6-е изд., М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 280 с. — (Курс высшей математики и математической физики.).
7. Проскуряков И.В. *Сборник задач по высшей алгебре*. – М.: Наука, 1978.
8. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. *Сборник задач по высшей алгебре*. – С.-Пб.: Лань, 2007.

б) дополнительная литература:

9. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. - С.-Пб.: Лань, 2004.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Персональные компьютеры, мультимедийный проектор, ноутбуки, экраны.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и с ОС ВПО, принятым в ФГАОУ ВО Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, с учетом рекомендаций ООП ВПО по направлению «020100 ХИМИЯ».

Автор: Ряскин Александр Николаевич, к.ф.-м.н., доцент
кафедры высшей математики ММФ НГУ

Программа одобрена на заседании кафедры высшей математики
ММФ НГУ 26 мая 2014 г. (протокол заседания № 2)

Секретарь кафедры к.ф.-м.н. Ж.Л. Мальцева